

Planul Național de Redresare și Reziliență

Beneficiar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ

Titlul proiectului: „Ecosisteme de management al învățării bazate pe inteligență artificială”

Contract de finanțare nr. 14095/10.12.2024, cod proiect e-PNRR 122

Structura Resursei Educaționale Deschise (RED) bazată pe AI

I. Date de Identificare ale Resursei

Categorie	Educație digitală / Matematică (Recapitulare și Evaluare)
Titlul RED	Simulatorul de testare: Recapitulare Inteligentă la Numere reale - Radicali
Autor	DANCIU ALIN FLORIN
Grup țintă	Elevi, vârsta 13 ani
Aria Curriculară	Matematică și științe ale naturii
Clasa	a VII-a
Obiectiv General	Consolidarea regulilor de calcul în mulțimea numerelor reale i (operații cu radicali, extragerea și introducerea factorilor, raționalizarea, medii, calcul cu module) utilizând AI-ul ca tutore personal de antrenament.
Durată Estimată	50 minute (o oră didactică)

II. Argumentul Aplicării RED în Procesul Didactic

- Feedback Personalizat (Tutore 1-la-1):** Calculele lungi cu radicali necesită respectarea riguroasă a algoritmilor (ex: scoaterea factorilor înainte de adunare). AI-ul corectează erorile tipice în timp real (de exemplu, dacă un elev adună incorect $\sqrt{200} + \sqrt{72}$ scriind $\sqrt{272}$, AI-ul intervine instantaneu pentru a-i aminti să extragă factorii).
- Familiarizarea cu Structura Testului:** AI-ul este instruit prin promptul PREPARE să genereze exerciții exact pe structura testului ce va urma: de la extrageri simple, la calculul mediilor și până la expresii complexe cu modul.
- Gestionarea Anxietății de Evaluare:** Desfacerea corectă a modulelor cu numere iraționale (ex: $|\sqrt{6}-3|$) provoacă des confuzii. Antrenamentul într-un mediu interactiv „fără note” transformă eroarea într-o oportunitate clară de învățare logică, fără presiunea evaluării sumative.

III. Promptul/Prompturile Propuse pentru Activitatea Didactică (Metoda PREPARE)

Acest prompt va fi furnizat elevilor pentru a genera materialul de analiză.

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Purpose (Scopul)	Transformarea AI-ului într-un simulator de examen axat pe consolidarea numerelor reale.	„Vreau să mă ajuți să recapitulez pentru testul de evaluare la unitatea de învățare ”Numere reale”, folosind Simulatorul de testare. Vom exersa pas cu pas.”
Role (Rolul AI)	Reducerea anxietății prin asumarea unui rol empatic, adaptat elevilor de clasa a VII-a.	„Acționează ca un profesor de matematică prietenos și răbdător. Folosește un limbaj clar și încurajator, potrivit pentru un elev de clasa a VII-a (13 ani).”
Exemplar (Exemplu)	Setarea formatului pentru demonstrarea raționamentelor abstracte (modul și radicali).	„Exemplu de dialog: Tu: Să calculăm: $ \sqrt{6}-3 $. Care număr e mai mare? Eu: Îl introduc pe 3 sub radical și e $\sqrt{9}$. Tu: Corect! Deci cantitatea din modul e negativă. Cum iese din modul?”
Parameters	Alinierea cu programa școlară,	„Generează probleme din 5 categorii: 1.

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
(Parametri)	și cu exercițiile din testul model atașat.	Extragerea/introducerea factorilor. 2. Raționalizarea (ex: $\frac{2}{3\sqrt{2}}$). 3. Media aritmetică, geometrică. 4. Expresii de calcul cu +, -, ·, :. 5. Comparații și module de tipul $ \sqrt{a} - b $.
Action (Acțiunea)	Controlul fluxului pentru a asigura evaluarea formativă reală pe etape.	„Propune-mi câte un singur exercițiu pe rând dintr-o categorie. Așteaptă să îl rezolv pe ciornă și să scriu rezultatul. Dacă greșesc la expresiile lungi, indică-mi secțiunea unde am greșit (ex: atenție la raționalizare).”
Restrictions (Restricții)	Fortarea efortului cognitiv; prevenirea afișării soluțiilor directe.	„NU oferi rezolvarea completă. NU îmi da răspunsul final dacă am greșit un calcul; dă-mi doar un indiciu teoretic. NU trece la alt exercițiu până nu-l rezolv pe cel curent.”
Evaluation (Evaluare)	Generarea raportului de progres pentru autoevaluare.	„La final, după toate cele 5 categorii, oferă-mi un scurt feedback despre ce am stăpânit bine și la ce tehnici (ex: raționalizare, semne) trebuie să fiu mai atent la test.”

IV. Planul Activității Didactice

Etapă	Durată	Activitatea Elevilor	Rolul AI (Prompt)
1. Introducere & Conștientizare	5 min	Discută frontal despre erorile frecvente (ex: confuzia că $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$)	Prompt profesor: „Generează un exemplu vizual simplu pentru elevi de 13 ani prin care să demonstrezi că $\sqrt{9+16}$ nu este egal cu $3+4$.”
2. Desfășurarea activității (RED AI - Simulatorul de test)	35 min	Introduc Promptul PREPARE. Rezolvă individual pe caiete calculele cu radicali, mediile și modulele generate de AI. Verifică rezultatele intermediare în chat.	Promptul PREPARE: AI-ul verifică fiecare etapă. De exemplu, la raționalizarea fracțiilor, validează mai întâi amplificarea corectă, apoi simplificarea finală.
3. Fixare & Debriefing	5 min	Un elev rezolvă la tablă o expresie complexă de tip Subiectul III (ex: adunarea fracțiilor cu radicali la numitor) pentru a reaminti redactarea corectă.	Prompt de fixare: „Propune o expresie cu 3 fracții ce trebuie raționalizate, al cărei rezultat final să fie un număr natural.”
4. Evaluare & Reflecție	5 min	Citesc feedback-ul final generat de AI și notează o regulă de aur de reținut pentru test (ex: „Întotdeauna scot factorii de sub radical înainte de a aduna”).	Prompt încheiere: Oferă feedback personalizat despre punctele forte și vulnerabilități.

V. Metoda de Aplicare la Clasă

Descrieți pe scurt modul în care s-a aplicat la clasă

- **Organizare și Resurse:** Activitatea are loc în laboratorul TIC sau pe tabletele din clasă. Lucrul este individual. Pe bănci sunt necesare: dispozitivul digital, un caiet de ciorne și instrumente de scris (operațiile cu radicali trebuie executate olograf).
- **Fluxul de lucru (Analogic + Digital)**
 1. Elevul copiază promptul, iar AI-ul îi dă o cerință (ex: calculul mediilor aritmetice și geometrice).
 2. Elevul calculează pe hârtie. Acest pas este crucial pentru antrenarea memoriei motrice și a așezării în pagină.
 3. Validează rezultatul digital. Dacă elevul răspunde greșit la scoaterea de sub radical, AI-ul îl ghidează să descompună numărul în factori primi.
- **Rolul Profesorului:** Monitorizează ecranele și ciornele, intervenind doar atunci când AI-ul și elevul intră într-o „bclă” la un concept dificil (de exemplu, explicarea faptului că:
$$\sqrt{(\sqrt{3}-5)^2} = |\sqrt{3}-5| = 5-\sqrt{3}$$
).
- **Încheierea:** Dispozitivele se închid, se face o scurtă sinteză frontală a regulilor de calcul, încurajând atitudinea pozitivă.

VI. Concluzii și Așteptări în Urma Aplicării

- **Învățare prin corectare imediată:** AI-ul sancționează formativ greșelile de calcul (ex: neefectuarea corectă a înmulțirii a doi radicali), obligând elevul să reia algoritmul corect pe loc.
- **Reducerea anxietății la expresii lungi:** Elevii capătă curaj să abordeze Subiectul III deoarece Simulatorul AI îi învață să „spargă” expresiile lungi în calcule mici și gestionabile.
- **Concluzie:** Se anticipează o rată mai mare de succes la test, în special la exercițiile care cer demonstrarea pașilor de calcul, datorită antrenamentului personalizat care a fixat regulile de raționalizare și desfacere a modulelor.

Disciplina: Matematică

Clasa: a VI-a

Unitatea de învățare: Numere reale (Clasa a VII-a)

Număr de ore alocat unității: 13 ore (extrasul de mai jos se concentrează pe secțiunea recapitulare-consolidare)

Competențe specifice vizate	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
1.2. Identificarea submulțimilor lui $\mathbb{R}$.	1. Rădăcina pătrată. Scoaterea și introducerea factorilor sub radical.	3	S1	Identificarea pătratelor perfecte. Scoaterea factorilor.
3.2. Utilizarea algoritmilor de calcul.	2. Operații cu numere reale (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, puteri).	4	S1-S2	Activitate practică, calcule și raționalizarea numitorilor.
3.2. Aplicarea proprietăților.	3. Medii (aritmetică, geometrică, ponderată).	2	S2-S3	Calculul mediilor pentru numere iraționale.
4.2. Terminologia specifică: modul.	4. Modulul unui număr real. Identitatea $x^2 = \ x\ $.	2	S3	Compararea numerelor și eliminarea modulului.
Toate competențele	5. Recapitulare asistată (RED AI: Simulatorul)	1	S3	Rezolvare de expresii complexe, evaluare formativă.
Toate competențele	6. Evaluare sumativă: Numere reale	1	S4	Test scris (conform modelului atașat).

II. Proiect de lecție: Simulatorul de testare (Numere Reale)

Clasa: a VI-a

Disciplina: Matematică

Unitatea de învățare: Mulțimea numerelor întregi ($\mathbb{Z}$)

Subiectul lecției: Recapitulare și consolidare: Operații, medii și module în $\mathbb{Z}$.

Tipul lecției: Sistematizarea și consolidarea cunoștințelor

Durata: 50 minute

1. Obiective Operaționale

La sfârșitul activității, elevii vor fi capabili:

- **O1:** Să extragă și să introducă factori sub radical.
- **O2:** Să calculeze media aritmetică, geometrică și ponderată a unor numere reale.
- **O3:** Să efectueze operații combinate cu radicali, respectând ordinea efectuării operațiilor.
- **O4:** Să explice modulele numerelor iraționale folosind aproximarea și compararea.

2. Strategii Didactice

- **Metode și procedee:** Conversația socratică asistată de AI: Este metoda centrală a lecției; asistentul digital ghidează elevul prin întrebări secvențiale pentru a-l ajuta să deducă singur pașii corecți (ex: cum se desface un modul sau cu ce se amplifică o fracție pentru raționalizare).
 - **Învățarea prin descoperire dirijată:** Elevii descoperă propriile vulnerabilități la calcule și învață să le corecteze autonom prin feedback-ul primit.
 - **Problematizarea:** Rezolvarea expresiilor complexe prin spargerea lor în sub-probleme mai simple (ex: transformarea adunării a trei fracții iraționale într-un algoritm în trei pași: extragere, raționalizare, adunare).
 - **Munca independentă:** Aplicarea algoritmilor de calcul pe caietul de ciorne, esențială pentru formarea reflexelor matematice olografe.
 - **Exercițiul:** Repetarea procedurilor de calcul sub formă de antrenament pentru evaluarea sumativă.
- **Mijloace de învățământ:** Dispozitive digitale cu acces la internet (telefoane, tablete sau computere din laboratorul TIC).
 - Aplicația sau platforma care găzduiește asistentul AI (ex: Gemini, ChatGPT).
 - Caiete de matematică (pentru redactarea pașilor intermediari ai calculelor).
 - Instrumente de scris.
- **Forme de organizare:** Activitate individuală (predominant): Fiecare elev interacționează 1-la-1 cu asistentul AI, având propriul ritm de rezolvare și primind exerciții adaptate nevoilor sale de recapitulare.
 - **Activitate frontală:** Utilizată exclusiv la începutul orei (pentru captarea atenției și setarea promptului) și la finalul orei (pentru fixarea cunoștințelor la tablă și debriefing).

3. Scenariul Didactic

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii Metode /
1. Moment organizatoric	2 min	Verifică prezența și asigură distribuirea dispozitivelor digitale. Se asigură că elevii au acces la platforma AI.	Își pregătesc caietele de ciorne, instrumentele de scris și dispozitivele.	Organizare
2. Captarea atenției & Captarea intuiției	5 min	Lansează o provocare vizuală: „Dacă avem un pătrat cu aria de 16 cm^2 și unul cu aria de 9 cm^2 , care este suma laturilor lor? Este egală cu latura unui pătrat cu aria de $(16+9) \text{ cm}^2$?”.	Analizează situația. Calculează $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$ și observă că este diferit de $\sqrt{25} = 5$. Discută despre eroarea frecventă	Problematizarea / Conversația

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii / Metode
			$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$	
3. Anunțarea temei	2 min	Prezintă subiectul: „Astăzi folosim Simulatorul de testare pentru a ne antrena la calcule cu radicali, medii și module, pregătindu-ne pentru testul de mâine.”	Notează titlul lecției în caiete.	Expunerea
4. Recapitulare asistată de AI (RED AI)	30 min	Solicită introducerea Promptului PREPARE. Monitorizează progresul individual. Intervine socratic pentru a ajuta elevii care au dificultăți la raționalizare sau la scoaterea factorilor.	Introduc promptul în platforma AI. Rezolvă pe caiet exercițiile propuse secvențial (introducere/scoatere factori, raționalizare, medii, expresii). Validează rezultatele cu AI-ul și corectează pașii greșiți.	Metoda Socratică / AI / Munca independentă
5. Fixarea cunoștințelor (Aplicații)	8 min	Selectează o problemă complexă de tip Subiectul III (ex: compararea numerelor a și b folosind module și radicali). Coordonează rezolvarea ei la tablă.	Un elev voluntar rezolvă la tablă, explicând de ce $\sqrt{(\sqrt{3}-5)^2} = 5 - \sqrt{3}$, în timp ce restul clasei completează pe caiete.	Exercițiul / Demonstrația
6. Evaluare și Tema	3 min	Apreciază progresul și autonomia elevilor în utilizarea simulatorului. Recomandă revizuirea regulilor de calcul pentru medii.	Citesc feedback-ul final de la AI și notează tema pentru acasă din manual (secțiunea „Exersare”).	Aprecieri verbală

Test de Evaluare Online: Mulțimea numerelor întregi

Instrucțiuni pentru elevi: Citește cu atenție fiecare cerință. Pentru problemele cu răspuns scurt, fă calculele pe o ciornă înainte de a introduce rezultatul final.

Timp de lucru recomandat: 20 de minute.

Secțiunea 1: Adevărat sau Fals (10 puncte fiecare)

1. Maria afirmă că : $\sqrt{9+16} = 3+4 = 7$. Afirmatia Mariei este:
 - a) Adevărată
 - b) Falsă
2. Mihai afirmă că: $\sqrt{(-5)^2} = -5$. Afirmatia sa este:
 - a) Adevărată
 - b) Falsă

Secțiunea 2: Alegere Multiplă (8 puncte fiecare)

3. Rădăcina pătrată a numărului 9 este egală cu:
 - a) 81
 - b) 18
 - c) 9
 - d) 3
4. Rezultatul calculului $\sqrt{196}$ este egal cu:
 - a) 7
 - b) 14
 - c) 49
 - d) 98
5. Pătratul numărului $\sqrt{6}$ este egal cu:
 - a) 3
 - b) 6
 - c) 12
 - d) 36
6. Mihai, Maria, George și Andrei au calculat $\sqrt{3^2 + 4^2}$. Maria a obținut 12, Mihai 5, George 7, Andrei 49. Rezultatul corect a fost obținut de:
 - a) Mihai
 - b) Maria
 - c) George
 - d) Andrei
7. După raționalizarea numitorului, numărul $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ devine:
 - a) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 - b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 - c) $\frac{2\sqrt{2}}{4}$
 - d) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

Secțiunea 3: Răspuns Scurt (15 puncte fiecare)

8. Calculați: $\sqrt{9^2 + 12^2} - \sqrt{144}$

Răspunsul tău (introdu doar numărul): [_____]

9. Se dă numărul $a = \sqrt{200} + \sqrt{72} - \sqrt{128} - \sqrt{18}$. După scoaterea factorilor și calcul, numărul a devine de forma $k\sqrt{2}$. Care este valoarea lui k ?

Răspunsul tău (introdu doar numărul): [_____]

Secțiunea 4: Întrebare Bonus / Reflecție (10 puncte din oficiu)

10. Descrie pe scurt la care regulă de calcul cu radicali (extragerea/introducerea factorilor, raționalizarea numitorului sau desfacerea modulului) te-a ajutat asistentul AI cel mai mult să te corectezi în timpul antrenamentului.

Răspunsul tău: [_____]

Barem de Corectare și Setări pentru Platforma Online (Pentru Profesor)

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
1	b) Falsă	10 p	Radicalul unei sume nu este egal cu suma radicalilor! Calculăm mai întâi suma de sub radical: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$. Rezultatul corect este 5, nu 7.
2	b) Falsă	10 p	Pentru orice număr real x , regula este $\sqrt{x^2} = x $. Așadar, $\sqrt{(-5)^2} = -5 = 5$. Rezultatul radicalului de ordin par este mereu pozitiv.
3	d) 3	8 p	Rădăcina pătrată a numărului 9 este acel număr pozitiv care ridicat la puterea a doua dă 9. Deoarece $3^2 = 9 \Rightarrow \sqrt{9} = 3$
4	b) 14	8 p	Descompus în factori primi $196 = 2^2 \cdot 7^2 \Rightarrow \sqrt{196} = 2 \cdot 7 = 14$
5	b) 6	8 p	Prin definiție, pătratul lui x (pentru $x \geq 0$) este chiar x . Deci, $(\sqrt{6})^2 = 6$.
6	a) Mihai	8 p	Respectăm ordinea operațiilor sub radical: ridicăm la putere, apoi adunăm. $\sqrt{3^3 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$. Mihai a calculat corect.
7	a) 32	8 p	Pentru a raționaliza fracția $\frac{2}{3\sqrt{2}}$, o amplificăm cu $\sqrt{2}$. Obținem $\frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot 2}$. Simplificăm cifra 2 de la numărător cu cea de la numitor și rămâne $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
8	3	15 p	Calculăm mai întâi puterile de sub primul radical: $\sqrt{81+144} - \sqrt{144} = \sqrt{225} - 12 = 15 - 12 = 3$
9	5	15 p	Scoatem factorii de sub radicali: $\sqrt{200} = 10\sqrt{2}, \sqrt{72} = 6\sqrt{2}, \sqrt{128} = 8\sqrt{2}, \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Calculăm: $10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$. Deci $k=5$.

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
10	(Orice răspuns pertinent)	10 p	Se acordă punctajul din oficiu. Răspunsul este corect dacă descrii o regulă de calcul (ex: raționalizarea, scoaterea factorilor, modulul) la care asistentul AI te-a ajutat.

Observații metodologice importante din programa școlară:

- **Asocierea cu suportul geometric:** Programa școlară sugerează ca introducerea numerelor iraționale (a radicalilor) să nu se facă exclusiv la nivel abstract, algebric. Este esențială folosirea suportului geometric (ex: lungimea laturii unui pătrat a cărui arie este cunoscută, diagonală pătratului) pentru a-i ajuta pe elevi să conștientizeze existența și utilitatea unor numere care nu pot fi exprimate ca fracții zecimale finite sau periodice.
- **Demontarea misconcepțiilor algebrice (Capcanele liniarității):** O vulnerabilitate majoră la această vârstă este tendința elevilor de a „distribui” radicalul peste adunare sau scădere (greșeala clasică $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$). Activitățile de învățare trebuie să confrunte direct aceste erori prin contraexemple numerice clare (ex: $\sqrt{9+16} \neq 3+4$), aspect pe care asistentul AI îl gestionează excelent prin oferirea de indicii deduse logic, nu doar memorate.
- **Trecerea la calculul formal și rigurozitatea modulului:** După înțelegerea intuitivă a radicalului, se pune un accent puternic pe formarea algoritmilor de calcul (scoaterea/introducerea factorilor, raționalizarea). Un punct critic de rigoare matematică impus de programă este definirea clară a identității $\sqrt{x^2} = |x|$. Elevii trebuie să depășească faza de calcul mecanic și să analizeze logic semnul expresiei de sub modul înainte de a o explicita (esențial pentru subiectele de tip III de la Evaluarea Națională).

Promptul final pentru elevi (Recapitulare Numere Reale - Radicali)

Elevii trebuie să copieze și să trimită acest bloc de text asistentului AI la începutul orei de recapitulare, având caietul de ciorne pregătit:

”Vreau să mă ajuți să recapitulez pentru testul de evaluare la unitatea de învățare „Numere reale”, exersând pas cu pas diferite tipuri de exerciții matematice.

Acționează ca un profesor de matematică prietenos și răbdător. Folosește un limbaj clar și încurajator, potrivit pentru un elev de clasa a VII-a (13 ani).

Exemplu de dialog pentru a înțelege cum vreau să îmi explic modulele: Tu: Să calculăm: $|3 - \sqrt{10}|$. Mai întâi, trebuie să aflăm dacă numărul din interior este pozitiv sau negativ. Cum îl comparăm pe 3 cu $\sqrt{10}$? Eu: Îl introduc pe 3 sub radical și devine $\sqrt{9}$. Tu: Corect! Deci $\sqrt{9} < \sqrt{10}$, ceea ce înseamnă că diferența este negativă. Cum iese din modul?

Generează probleme din următoarele 5 categorii:

1. Calcul cu radicali, scoaterea și introducerea factorilor sub radical.
2. Raționalizarea numitorului (ex. de tipul $a / \sqrt{b}$).
3. Media aritmetică, geometrică.
4. Expresii de calcul complexe cu adunări, scăderi, înmulțiri și împărțiri de radicali.
5. Comparații, module și identitatea $\sqrt{x^2} = |x|$.

Regulile tale: Propune-mi câte un singur exercițiu pe rând dintr-o categorie. Așteaptă să îl rezolv pe o ciornă și să îți scriu rezultatul. Verifică rezolvarea mea. Dacă la expresiile lungi greșesc o operație, indică-mi exact unde am greșit (ex: atenție la raționalizare, ai uitat să scoți factorii), ca să mă corectez.

NU oferi rezolvarea completă de la început. NU îmi da răspunsul final dacă am greșit; ajută-mă doar cu un indiciu teoretic. NU trece la altă categorie până nu rezolv corect exercițiul curent.

La final, după ce am trecut prin toate cele 5 categorii, oferă-mi un scurt feedback despre ce am stăpânit bine și la ce reguli trebuie să fiu mai atent mâine la test.”



Finanțat de
Uniunea Europeană
NextGenerationEU



MINISTERUL
EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII



Planul Național
de Redresare și Reziliență
