

Planul Național de Redresare și Reziliență

Beneficiar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ

Titlul proiectului: „Ecosisteme de management al învățării bazate pe inteligență artificială”

Contract de finanțare nr. 14095/10.12.2024, cod proiect e-PNRR 122

Structura Resursei Educaționale Deschise (RED) bazată pe AI

I. Date de Identificare ale Resursei

Categorie	Educație digitală / Matematică aplicată
Titlul RED	Maestrul Șanselor: Calculul Probabilităților cu Asistentul AI
Autor	DOMOKOS CONSTANȚA
Grup țintă	Elevi, vârsta 12-13 ani
Aria Curriculară	Matematică și științe ale naturii
Clasa	a V-a
Obiectiv General	Dezvoltarea capacității de a modela situații aleatoare determinând corect raportul dintre cazurile favorabile și cele posibile, inclusiv simplificarea fracției obținute.
Durată Estimată	50 minute (o oră didactică)

II. Argumentul Aplicării RED în Procesul Didactic

- Context:** Elevii de clasa a VI-a au tendința să confunde numărătorul (cazurile favorabile) cu numitorul (cazurile posibile totale) sau se opresc la scrierea fracției brute, omițând pasul obligatoriu al simplificării. De asemenea, întâmpină dificultăți în enumerarea corectă a elementelor unei mulțimi (ex: toți divizorii unui număr).
- Gamificare cu AI:** sistentul virtual este instruit să preia rolul de „Maestru al Șanselor”, transformând calculul matematic într-o provocare de tip cazino/joc de societate.
- Modelare hibridă:** AI-ul furnizează scenariul aleator (zar, urnă, jetoane), dar elevul trebuie să scrie explicit pe caiet formula $p = \frac{m}{n}$ și să arate procesul de simplificare înainte de a introduce răspunsul în chat.
- Feedback algoritmic:** Dacă elevul scrie doar răspunsul final sau o fracție nesimplificată, AI-ul îl blochează constructiv și îi solicită să identifice separat cazurile totale și pe cele favorabile.

III. Promptul/Prompturile Propuse pentru Activitatea Didactică (Metoda PREPARE)

Acest prompt va fi furnizat elevilor pentru a genera materialul de analiză.

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Purpose (Scopul)	Fixarea formulei probabilității și a simplificării rapoartelor.	„Vreau să mă ajuți să exerseze calculul probabilităților pentru evenimente simple.”
Role (Rolul AI)	Ghidaj tematic orientat spre hazard și joc.	„Acționează ca un Maestru al Șanselor și un profesor de matematică prietenos de clasa a 6-a.”
Exemplar (Exemplu)	Modelul așteptat de comunicare a pașilor.	„Exemplu: Aruncăm un zar. Probabilitatea unui număr prim? Tu aștepți: Cazuri posibile: 6. Cazuri favorabile: 3 (2,3,5). Probabilitatea este $\frac{3}{6}$. Simplific cu 3 și obțin $\frac{1}{2}$.”
Parameters (Parametri)	Calibrarea datelor matematice.	„Generează 3 tipuri de scenarii: 1) o problemă cu un zar; 2) o problemă cu o urnă cu bile de 2-3 culori; 3) extragerea unui cartonaș cu un număr (cerând un multiplu sau un divizor).”
Action (Acțiunea)	Structurarea iterației prin verificarea raționamentului.	„Oferă-mi o problemă. Cere-mi să scriu cazurile posibile, pe cele favorabile și fracția simplificată. Dacă greșesc, întreabă-mă mai întâi câte cazuri totale sunt.”

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Restrictions (Restricții)	Interzicerea oferirii soluției de către AI.	„NU calcula tu probabilitatea și NU simplifică fracția în locul meu. Nu accepta un răspuns dacă fracția nu este complet simplificată (ireductibilă).”
Evaluation (Evaluare)	Validarea fracției ireductibile.	„Evaluează răspunsul meu ca fiind corect DOAR dacă am numărat bine ambele tipuri de cazuri și am prezentat fracția ireductibilă.”

IV. Planul Activității Didactice

Etapă	Durață	Activitatea Elevilor	Rolul AI (Prompt)
1. Introducere & Brainstorming	10 min	Participă la un experiment practic: aruncarea unei monede. Deduc că avem 1 șansă din 2 posibile să pice „Cap” ($\frac{1}{2}$).	Prompt frontal: „Dacă într-o urnă am 5 bile roșii și 0 bile negre, ce fel de eveniment este extragerea unei bile negre și ce valoare are probabilitatea?”
2. Desfășurarea activității	30 min	În perechi, introduc promptul PREPARE. Extrag datele (numără cazurile) din problemele generate de AI cu zaruri, urne și divizori, le trec pe caiet sub formă de raport și fac simplificările.	Promptul PREPARE (din pct. III): AI-ul furnizează cele 3 tipuri de probleme, validează fracția ordinară obținută și insistă pe simplificarea completă.
3. Concluzii & Dezbateri	10 min	Discută de ce o probabilitate nu poate depăși valoarea 1 și de ce este important să aducem fracția la forma ireductibilă pentru a compara corect șansele.	Prompt de reflecție: „Care situație a fost mai grea: numărarea bilelor din urnă sau descoperirea tuturor divizorilor de pe jetoane? De ce?”

V. Metoda de Aplicare la Clasă

Descrieți pe scurt modul în care s-a aplicat la clasă

- **Hibrid Analog-Digital:** Componenta digitală asigură varietatea nesfârșită a scenariilor (AI-ul poate genera sute de combinații de urne și jetoane). Totuși, numărarea efectivă a elementelor mulțimii cazurilor favorabile (de ex: enumerarea divizorilor lui 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18) trebuie scrisă pe caiet.
- **Facilitare:** Profesorul supraveghează grupele pentru a se asigura că la problemele cu cartonașe numerotate de la 1 la n , elevii numără corect elementele mulțimii (cazurile posibile), mai ales dacă mulțimea nu începe cu 1 (ex. jetoane de la 10 la 20).
- **Diferențiere:** Echipele rapide ajung la scenariile complexe (jetoane cu multipli/divizori), în timp ce elevii cu dificultăți pot cere AI-ului să le genereze mai multe probleme de nivel 1 (aruncarea zarului cu 6 fețe).

VI. Concluzii și Așteptări în Urma Aplicării

- **Competență Digitală:** Utilizarea asistentului AI pentru generarea de scenarii pseudo-aleatoare și interpretarea corectă a indicațiilor acestuia privind simplificarea matematică.
- **Competență Matematică:** Fixarea formulei $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ și exersarea consolidată a simplificării fracțiilor ordinare (obținerea fracției ireductibile).
- **Așteptare:** Diminuarea erorilor frecvente de inversare a raportului și creșterea capacității de a modela matematic un eveniment aleator din viața reală.

I Planificarea unității de învățare

Disciplina: Matematică

Clasa: a VI-a

Unitatea de învățare: Rapoarte și proporții (Clasa a V-a)

Număr de ore alocat unității: 12 ore

Competențe specifice vizate	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
1.2. Identificarea rapoartelor, proporțiilor și a mărimilor direct sau invers proporționale în contexte diverse. 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții pentru determinarea unui raport sau a unui termen necunoscut dintr-o proporție. 4.2. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor și a mărimilor care apar în probleme cu rapoarte, proporții și mărimi direct/invers proporționale.	Rapoarte; procente. Proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor. Aflarea unui termen necunoscut dintr-o proporție.	4	S14-S15	Observarea sistematică; fișe de lucru individuale (calcul de procente și aflarea extremilor/mezilor).
1.2. Identificarea rapoartelor, proporțiilor și a mărimilor direct sau invers proporționale în contexte diverse. 3.2. Utilizarea algoritmilor și a proprietăților proporțiilor în rezolvarea unor probleme practice. 4.2. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor și a mărimilor care apar în probleme cu rapoarte, proporții și mărimi direct/invers proporționale. 5.2. Analizarea unor situații practice cu ajutorul rapoartelor, proporțiilor și a colecțiilor de date.	Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă.	5	S15-S16	Activitate frontală și pe grupe. Evaluare formativă: rezolvarea de probleme practice (ex: rețete, viteză/timp, costuri).
1.2. Identificarea rapoartelor, proporțiilor și a mărimilor direct sau invers proporționale în contexte diverse. 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții pentru determinarea unui raport sau a unui termen necunoscut dintr-o proporție. 6.2. Modelarea matematică a unei situații date în care intervin rapoarte, proporții și probabilități pentru rezolvarea de probleme practice.	Probabilități (realizarea unor experimente simple, determinarea probabilității unui eveniment). (Integrare RED AI: „Maestrul Șanselor”)	1	S17	Evaluare formativă AI: Determinarea șanselor pentru zaruri, urne, cartonașe. Simplificarea rapoartelor.

Competențe specifice vizate	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
1.2. Identificarea rapoartelor, proporțiilor și a mărimilor direct sau invers proporționale în contexte diverse. 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții pentru determinarea unui raport sau a unui termen necunoscut dintr-o proporție. 3.2. Utilizarea algoritmilor și a proprietăților proporțiilor în rezolvarea unor probleme practice. 4.2. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor și a mărimilor care apar în probleme cu rapoarte, proporții și mărimi direct/invers proporționale. 5.2. Analizarea unor situații practice cu ajutorul rapoartelor, proporțiilor și a colecțiilor de date. 6.2. Modelarea matematică a unei situații date în care intervin rapoarte, proporții și probabilități pentru rezolvarea de probleme practice.	Recapitulare pentru evaluare. Evaluare sumativă.	2	S17	Test de evaluare sumativă din unitatea de învățare. Analiza rezultatelor și remediere.

II. Proiect de lecție: Maestrul Calculelor Rapide: Descoperă Factorul Comun cu AI

Data:

Clasa: a VI-a

Disciplina: Matematică

Unitatea de învățare: Rapoarte și proporții

Subiectul lecției: Probabilități (determinarea cazurilor posibile/favorabile)

Tipul lecției: Formare de priceperi și deprinderi (aplicații practice)

Durata: 50 minute

1. Obiective Operaționale

La sfârșitul activității, elevii vor fi capabili:

- **O1 (Cognitiv):** Să identifice numărul de cazuri posibile și numărul de cazuri favorabile dintr-un experiment aleatoriu dat (zar, urnă, jetoane).
- **O2 (Cognitiv/Aplicativ):** Să enumere pe caiet elementele mulțimilor (de exemplu, divizori sau multipli) pentru a justifica numărul cazurilor favorabile.
- **O4 (Digital):** Să comunice eficient cu asistentul AI, structurând răspunsul în cei trei pași ceruți (total, favorabil, fracție).

2. Strategii Didactice

a) Metode și procedee:

- **Experimentul matematic (Jocul didactic):** Este utilizat în faza de captare a atenției. Prin manipularea unor obiecte concrete (aruncarea unui zar fizic, darea cu banul), elevii iau contact direct cu noțiunea de hazard. Experiența senzorială facilitează înțelegerea conceptului abstract de „șansă” și ancorează lecția în realitatea imediată.
- **Conversația euristică:** Reprezintă instrumentul principal prin care profesorul ghidează clasa spre formularea regulilor matematice. Pornind de la experimentul cu zarul, profesorul lansează întrebări dirijate (ex: „Câte rezultate totale avem? Dar câte ne avantajează dacă pariem pe un număr par?”). Această metodă ajută elevii să deducă logic formula probabilității și să înțeleagă de ce o probabilitate este mereu o fracție subunitară sau echiunitară (numărul cazurilor favorabile fiind o submulțime a celor posibile).
- **Problematicizarea:** Elevii sunt puși în fața unor situații-limită pentru a le stimula raționamentul. De exemplu: „Cum calculăm probabilitatea să extragem o bilă albă dintr-o urnă care conține exclusiv bile negre?”. Rezolvarea acestui conflict duce la asimilarea conceptelor de „eveniment imposibil” (probabilitate 0) și „eveniment sigur” (probabilitate 1).
- **Algoritmizarea:** Deoarece metoda mersului invers presupune o succesiune strictă de pași, elevii vor exersa deconstruirea exercițiilor cu paranteze respectând o ordine algoritmică clară (eliminarea succesivă a termenilor liberi din afara parantezelor, transformarea parantezelor pătrate în rotunde etc.), până la izolarea completă a necunoscutei.
- **Învățarea asistată de inteligență artificială (Metoda PREPARE):** Inteligența artificială funcționează ca un tutor și validator. AI-ul generează medii virtuale infinite (urne complexe, seturi lungi de jetoane), dar nu permite o rezolvare de tip „ghicire”. Metoda obligă elevul să deconstruiască problema: să declare mulțimea totală, submulțimea favorabilă și abia apoi să construiască fracția, AI-ul intervenind corectiv dacă raționamentul se blochează sau dacă fracția nu este adusă la forma ireductibilă.
- **Munca pe grupe (Învățarea prin colaborare):** Lucrul în echipe de 2-3 elevi favorizează negocierea soluțiilor și peer-tutoring-ul (învățarea între egali). În sarcinile de enumerare (ex: aflarea tuturor divizorilor lui 18 pentru a număra cazurile), elevii se completează reciproc, reducând riscul de a omite elemente înainte de a raporta soluția asistentului AI.

b) Mijloace de învățământ:

- **Mijloace concrete / manipulative:** Zaruri de dimensiuni mari, monede, o urnă opacă (sau o cutie) și bile de diferite culori. Acestea sunt vitale pentru primele 10 minute ale orei, transformând teoria într-un fapt observabil.
- **Suportul digital (Hardware & Software):** Tablete, laptopuri sau telefoane inteligente conectate la internet, configurate cu modelul de limbaj AI și promptul PREPARE. Acestea asigură mediul de exersare diferențiată.
- **Mijloace de modelare vizuală:** Videoproiector și tablă interactivă/clasică, utilizate de profesor pentru a demonstra scrierea corectă a raportului matematic și tehnica tăierii numerelor la simplificarea fracțiilor.
- **Materiale tradiționale:** Caietul de matematică. Scrierea de mână a mulțimilor (pentru a vizualiza numărul de elemente) și a pașilor de simplificare rămâne obligatorie, AI-ul fiind doar un partener de validare a ceea ce s-a lucrat pe hârtie.

c) Forme de organizare:

- **Frontală:** Utilizată pentru demonstrațiile practice inițiale, definirea formulei probabilității și dezbaterile concluziilor la finalul orei, unificând înțelegerea conceptelor la nivelul întregii clase.
- **Pe grupe mici de elevi:** Principalul motor al etapei de consolidare (25 de minute). Permite elevilor să investigheze cazurile generate de AI în propriul ritm, stimulând autonomia și colaborarea interactivă.

3. Scenariul Didactic

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii Metode /
1. Moment organizatoric	2 min	Verifică prezența și se asigură că tabletele/dispozitivele sunt conectate la internet și gata pentru accesarea asistentului AI.	Se pregătesc pentru lecție și pornesc dispozitivele digitale.	Conversația
2. Captarea atenției	5 min	Aruncă un zar fizic. Întreabă clasa: „Am pariat pe numărul 4. Câte fețe mă pot face câștigător? Dar câte fețe sunt în total?”	Răspund: „O singură față te ajută, din 6 în total.” Deduc ideea de o șansă din 6.	Problematizarea, jocul didactic
3. Anunțarea temei și a obiectivelor	2 min	Anunță titlul: <i>Probabilități</i> . Explică rolul de „Maestru al Șanselor” asumat de AI.	Notează titlul și se pregătesc de „investigația șanselor”.	Expunerea
4. Reactualizarea cunoștințelor	8 min	Scrie formula la tablă: $p = \frac{\text{cazuri favorabile}}{\text{cazuri posibile}}$. Reamintește ce este o fracție ireductibilă (care nu se mai poate simplifica).	Notează formula. Rezolvă un scurt exemplu la tablă cu zarul: probabilitatea să iasă un număr par ($\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$).	Conversația euristică, Demonstrația
5. Dirijarea învățării (Implementare RED AI)	25 min	Proiectează Promptul PREPARE. Coordonează grupele pe cele 3 tipuri de provocări (zar, urnă, bilete).	Inițiază promptul în AI. Identifică m și n . Simplifică fracțiile pe caiet și trimite rezultatele pentru validare.	Învățarea asistată de AI, Munca pe grupe
6. Asigurarea retenției și transferului	6 min	Lansează o provocare frontală: „Extrag un număr de la 1 la 10. Care e șansa să fie divizibil cu 12?”	Analizează: nu există niciun multiplu de 12 între 1 și 10. Cazuri favorabile: 0. Probabilitate: 0.	Problematizarea, Exercițiul frontal
7. Evaluarea și tema pentru acasă	2 min	Evaluează lucrul echipelor. Oferă temă exerciții similare din manual (cap. Probabilități).	Notează tema și închid dispozitivele.	Aprecieri verbale

Test de Evaluare Online: Maestrul calculelor rapide

Instrucțiuni pentru elevi: Identifică numărul de cazuri favorabile și pe cel al cazurilor posibile, apoi efectuează simplificarea.

Timp de lucru recomandat: 20 de minute.

Secțiunea 1: Adevărat sau Fals (10 puncte fiecare)

- La calculul probabilității, numărul cazurilor favorabile (ceea ce ni se cere) se scrie întotdeauna la numărător (sus), iar totalul cazurilor posibile se scrie la numitor (jos).
 - Adevărat
 - Fals
- Probabilitatea de a extrage o bilă albă dintr-o urnă care conține doar 10 bile negre este 1.
 - Adevărat

b) Fals

Secțiunea 2: Alegere Multiplă (15 puncte fiecare)

3. Aruncăm un zar normal, cu fețe numerotate de la 1 la 6. Care este probabilitatea (scrisă sub formă de fracție ireductibilă) să cadă o față cu un număr impar?
- $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{3}{6}$
 - $\frac{1}{6}$
4. Într-o urnă sunt 4 bile roșii și 6 bile albastre. Extragem o bilă la întâmplare. Care este probabilitatea să extragem o bilă roșie?
- $\frac{4}{6}$
 - $\frac{2}{5}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{1}{10}$

Secțiunea 3: Răspuns Scurt (20 puncte fiecare)

5. Într-o cutie sunt 20 de bilete numerotate de la 1 la 20. Care este probabilitatea să extragem un bilet pe care este scris un multiplu de 5?
Răspunsul tău (Scrie doar fracția ireductibilă): [_____]
6. Avem un set de jetoane cu toți divizorii numărului 12. Extragem un jeton. Care este probabilitatea să extragem un număr par?
Răspunsul tău (Scrie doar fracția ireductibilă): [_____]

Secțiunea 4: Întrebare Bonus / Reflecție (10 puncte din oficiu)

7. Ce se întâmplă cu rezultatul dacă, din greșală, așezi cazurile posibile sus (la numărător) și cazurile favorabile jos (la numitor)? Ce fel de fracție vei obține?
Răspunsul tău: [_____]

Barem de Corectare și Setări pentru Platforma Online (Pentru Profesor)

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
1	Adevărat	10 p	Regula de bază a formulei probabilității.
2	Fals	10 p	Acesta este un eveniment imposibil, probabilitatea sa fiind 0.
3	b) $\frac{1}{2}$	15 p	Deși $\frac{3}{6}$ este corect matematic, cerința solicită explicit fracția ireductibilă, deci $\frac{1}{2}$.
4	b) $\frac{2}{5}$	15 p	Este esențial ca elevii să adune $4 + 6 = 10$ pentru a afla cazurile posibile totale.
5	$\frac{1}{5}$	20 p	$m = 4$ (multipli 5, 10, 15, 20), $n = 20$. $\frac{4}{20}$ simplificat cu 4 dă $\frac{1}{5}$.

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
6	$\frac{2}{3}$	20 p	$D_{12} = \{1,2,3,4,6,12\}$. Sunt 6 cazuri. Cele pare sunt 4. Raportul $\frac{4}{6}$ simplificat este $\frac{2}{3}$.
7	(Apreciere logică)	10 p	Se validează capacitatea de a recunoaște că va rezulta o fracție supraunitară, ceea ce contrazice principiul conform căruia probabilitatea este ≤ 1 .

Observații metodologice importante din programa școlară:

- **Problemele cu urne:** O greșeală frecventă (ilustrată la întrebarea 4) este ca elevul să pună la numitor numărul bilelor de *cealaltă* culoare în loc de *suma tuturor bilelor* din urnă. Metoda de calcul defalcat impusă de AI remediază exact acest punct nevralgic.
- **Conexiuni intra-disciplinare:** Problemele tip 3 din prompt (jetoane) permit evaluarea conceptelor studiate anterior la clasa a VI-a (mulțimi, divizibilitate).
- **Utilizarea erorii:** Când AI-ul detectează o anulare greșită, asistentul oprește rezolvarea și întreabă doar care a fost ultima acțiune. Acest feedback ghidează auto-corectarea.

Prompt final pentru elevi:

„Vreau să mă ajuți să exerseze calculul probabilităților pentru evenimente simple. Acționează ca un Maestru al Șanselor și un profesor de matematică prietenos. Exemplu: Aruncăm un zar. Care e probabilitatea unui număr prim? Tu aștepti răspunsul meu: Cazuri posibile: 6. Cazuri favorabile: 3 (2,3,5). Probabilitatea este $\frac{3}{6}$. Simplific cu 3 și obțin $\frac{1}{2}$. Folosește un limbaj adecvat pentru 12 ani. Generează 3 tipuri de scenarii pe rând: 1) o problemă cu un zar (ex. numere pare, < 5); 2) o problemă cu o urnă cu bile de 2-3 culori diferite, dându-mi numărul lor; 3) extragerea unui cartonaș cu un număr dintr-o mulțime (cerând un multiplu sau un divizor, ex: 'divizor al lui 18' din numerele de la 1 la 20). Oferă-mi o problemă. Cere-mi să scriu explicit cazurile posibile, cazurile favorabile și fracția simplificată. Dacă greșesc, ajută-mă întrebându-mă mai întâi câte cazuri totale sunt.

Prompt pentru Nivelul Expert (Factorul comun din trei termeni sau cu termenul 1 ascuns)

„Maestre al Șanselor, să trecem la un nivel mai greu! Oferă-mi o problemă bazată pe extragerea unei singure cărți dintr-un pachet standard de 52 de cărți de joc (fără jokeri). Pune-mi condiții compuse (de exemplu: să extrag o carte care să fie de Inimă Roșie, dar să fie și o cifră mai mare ca 5). Asigură-te că știu structura pachetului de cărți (13 cărți din fiecare din cele 4 culori/simboluri). Obligă-mă să îți explic clar câte cazuri favorabile am găsit înainte de a face fracția și de a o simplifica.”

Restricții pentru tine (AI):

- NU calcula tu probabilitatea și NU simplifica tu fracția în locul meu. Nu îmi spune rezultatul final.
- Oferă DOAR câte o provocare pe rând.
- Nu accepta un răspuns dacă fracția prezentată de mine nu este complet simplificată (ireductibilă).
- Evaluează răspunsul meu ca fiind corect DOAR dacă ți-am arătat ambele tipuri de cazuri și am simplificat la maximum.”