

Planul Național de Redresare și Reziliență

Beneficiar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ

Titlul proiectului: „Ecosisteme de management al învățării bazate pe inteligență artificială”

Contract de finanțare nr. 14095/10.12.2024, cod proiect e-PNRR 122

Structura Resursei Educaționale Deschise (RED) bazată pe AI

I. Date de Identificare ale Resursei

Categorie	Educație digitală / Matematică aplicată
Titlul RED	Detectivul Timpului: Descoperă numărul ascuns cu Metoda Mersului Invers și AI
Autor	DOMOKOS CONSTANȚA
Grup țintă	Elevi, vârsta 11-12 ani
Aria Curriculară	Matematică și științe ale naturii
Clasa	a V-a
Obiectiv General	Dezvoltarea capacității de a determina o valoare necunoscută prin aplicarea succesivă a operațiilor matematice inverse, parcurgând datele problemei de la sfârșit spre început.
Durată Estimată	50 minute (o oră didactică)

II. Argumentul Aplicării RED în Procesul Didactic

- **Context:** Elevii de clasa a V-a întâmpină dificultăți majore în rezolvarea ecuațiilor lungi cu paranteze și a problemelor cu resturi succesive (ex. cheltuirea unor sume în etape). Dificultatea constă în identificarea corectă a ultimei operații efectuate și inversarea logică a întregului șir de raționamente.
- **Gamificare cu AI:** Asistentul virtual este instruit să preia rolul unui „Detectiv al Timpului”. Astfel, rezolvarea problemei de la sfârșit la început devine logică: pentru a repara o succesiune de evenimente, trebuie să „derulăm timpul înapoi”, anulând fiecare acțiune prin opusul ei.
- **Modelare hibridă:** AI-ul furnizează scenariul și tipul de exercițiu (paranteze sau problemă text), dar calculul efectiv (rescrierea ecuației pas cu pas) se face pe caiet. Elevul trimite către AI doar lanțul operațiilor inverse efectuate.
- **Feedback algoritmic:** Dacă elevul greșește ordinea de efectuare a operațiilor inverse, AI-ul nu îi dă rezultatul, ci îi adresează o întrebare diagnostică (ex. „Dacă ultima operație a fost scăderea cu 5, cum trebuie să derulăm timpul înapoi?”).

III. Promptul/Prompturile Propuse pentru Activitatea Didactică (Metoda PREPARE)

Acest prompt va fi furnizat elevilor pentru a genera materialul de analiză.

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Purpose (Scopul)	Fixarea algoritmului de anulare a operațiilor matematice succesive.	„Vreau să mă ajuți să exersezi aflarea unui număr necunoscut folosind metoda mersului invers.”
Role (Rolul AI)	Ghidaj tematic pentru aplicarea inversă a pașilor.	„Acționează ca un Detectiv al Timpului și un profesor de matematică prietenos.”
Exemplar (Exemplu)	Modelul așteptat de comunicare a pașilor.	„Exemplu: Mă gândesc la un număr, îl adun cu 5, rezultatul îl împart la 3 și obțin 4. Răspunsul meu: Ultima operație a fost împărțirea la 3, deci facem $4 \cdot 3 = 12$. Penultima a fost adunarea cu 5, deci facem $12 - 5 = 7$. Numărul este 7.”
Parameters (Parametri)	Calibrarea datelor și tipurilor de exerciții.	„Folosește doar numere naturale. Alternează 3 tipuri de provocări: 1) o ecuație cu o necunoscută și paranteze (ex. $[(x + 2) \cdot 3] - 1 = 14$); 2) o problemă text simplă; 3) o problemă complexă cu cheltuieli și resturi succesive.”
Action (Acțiunea)	Structurarea iterației prin verificarea raționamentului.	„Oferă-mi o problemă. Cere-mi să scriu pe caiet șirul de operații inverse și să-ți explic pașii. Dacă greșesc, dă-mi un indiciu întrebându-mă care este opusul ultimei operații.”

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Restrictions (Restricții)	Interzicerea algebrei avansate și a oferiții rezultatelor directe.	„NU oferi tu rezolvarea în locul meu. NU folosi limbaj algebric avansat (mutarea termenilor), ci doar ideea de 'operație inversă'. Oferă DOAR câte o provocare pe rând.”
Evaluation (Evaluare)	Validarea demersului procedural.	„Evaluează răspunsul meu ca fiind corect DOAR dacă am calculat pașii în ordinea inversă corectă și am aplicat operațiile inverse.”

IV. Planul Activității Didactice

Etapă	Durată	Activitatea Elevilor	Rolul AI (Prompt)
1. Introducere & Brainstorming	10 min	Răspund la întrebarea de captare a atenției. Discută despre ce înseamnă să faci acțiuni în ordine inversă (ex: a te îmbrăca dimineața vs. a te dezbrăca seara).	Prompt frontal: „Explică de ce, dacă ne-am pus mai întâi șosetele și apoi pantofii, ca să ne descălțăm trebuie să dăm jos pantofii PRIMA DATĂ. Cum se aplică asta în matematică la exercițiile cu paranteze?”
2. Desfășurarea activității	30 min	În perechi, introduc promptul PREPARE. Desfac exercițiile date de AI (paranteze, probleme simple și probleme cu resturi succesive) aplicând operațiile inverse pe caiet.	Promptul PREPARE (din pct. III): AI-ul furnizează cele 3 tipuri de probleme progresiv, validează șirul operațiilor inverse și asigură că nu se sare niciun pas.
3. Concluzii & Dezbateri	10 min	Grupele explică metoda „de la coadă la cap”. Discută de ce este vital să cunoască rezultatul final pentru a putea porni investigația.	Prompt de reflecție: „Care ți s-a părut mai grea de derulat înapoi: problema cu ecuația din paranteze sau problema cu sumele de bani cheltuite? De ce?”

V. Metoda de Aplicare la Clasă

Descrieți pe scurt modul în care s-a aplicat la clasă

- **Hibrid Analog-Digital:** Rezolvarea problemelor, în special a ecuațiilor lungi de tipul $2 \cdot [(3 \cdot x + 4) : 5 - 1] = 6$, se realizează **obligatoriu pe caiet**. Elevul coboară linie sub linie, desfășurând parantezele externe. AI-ul este folosit pentru a ghida atenția („Care e ultima operație din afara parantezei pătrate?”).
- **Facilitare:** Profesorul monitorizează grupele, acordând o atenție deosebită la *problemele cu resturi succesive* („Ana cheltuie jumătate din sumă și încă 5 lei...”), asigurându-se că elevii reprezintă grafic restul sau scriu logic traseul banilor înainte de a aplica mersul invers.
- **Diferențiere:** Echipele rapide ajung la tipul 3 de probleme din promptul AI (cele cu fracții din rest). Cei care au dificultăți rămân la tipul 1 și 2.

VI. Concluzii și Așteptări în Urma Aplicării

- **Competență Digitală:** Elevii folosesc modelul de limbaj ca pe un facilitator al învățării structurate, formulând input-uri clare ce descriu un șir de operații matematice pentru a fi validate.
- **Competență Matematică:** Consolidarea asocierii dintre operațiile directe și cele inverse (adunarea-scăderea, înmulțirea-împărțirea) și a priorității operațiilor în desfacerea ecuațiilor.
- **Așteptare:** Creșterea substanțială a ratei de succes a elevilor în rezolvarea exercițiilor complexe cu paranteze și dezvoltarea răbdării de a parcurge metodic un exercițiu, pas cu pas, „de la coadă la cap”.

I Planificarea unității de învățare

Disciplina: Matematică

Clasa: a V-a

Unitatea de învățare: Metode aritmetice de rezolvare a problemelor (Clasa a V-a)

Număr de ore alocat unității: 12 ore

Competențe vizate	specifice	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora. 6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului.		Metoda figurativă (Integrare RED AI: „Arhitectul Segmentelor”)	2	S11	Evaluare formativă AI: Elevii reprezintă grafic datele și comunică logica pe grupe.
2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora. 6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului.		Metoda mersului invers. (Integrare RED AI: „Detectivul Timpului”)	2	S12	Evaluare formativă AI: Probleme text și exerciții cu aflarea necunoscutei din paranteze.

II. Proiect de lecție: Maestrul Calculelor Rapide: Descoperă Factorul Comun cu AI

Data:

Clasa: a V-a

Disciplina: Matematică

Unitatea de învățare: Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

Subiectul lecției: Metoda mersului invers

Tipul lecției: Formare de priceperi și deprinderi (aplicații practice)

Durata: 50 minute

1. Obiective Operaționale

La sfârșitul activității, elevii vor fi capabili:

- **O1 (Cognitiv):** Să identifice rezultatul final și succesiunea operațiilor din enunțul unei probleme sau dintr-un exercițiu cu paranteze.
- **O2 (Cognitiv/Aplicativ):** Să aplice corect operațiile matematice inverse (adunare ↔ scădere, înmulțire ↔ împărțire) parcurgând pașii în ordine inversă (de la rezultat spre necunoscută).
- **O3 (Aplicativ):** Să redacteze pe caiet algoritmul de rezolvare, eliminând treptat parantezele externe până la izolarea necunoscutei.
- **O4 (Digital):** Să comunice eficient lanțul de deducții către asistentul AI, folosind sugestiile acestuia pentru corectarea erorilor de prioritate a operațiilor.

2. Strategii Didactice

a) Metode și procedee:

- **Conversația euristică:** Este utilizată cu precădere în etapele de captare a atenției și de reactualizare a cunoștințelor. Profesorul conduce elevii printr-un set de întrebări logice (ex: „Dacă

ultima operație a fost înmulțirea cu 3 pentru a obține 12, ce facem pentru a ne întoarce la pasul anterior?”), ajutându-i să deducă independent regula de bază a metodei: necesitatea anulării fiecărei operații prin opusul ei (adunarea prin scădere, înmulțirea prin împărțire) parcurgând traseul de la rezultat spre datele inițiale.

- **Problematizarea:** Elevii sunt plasați într-o situație de conflict cognitiv (de ex., o problemă cu resturi succesive în care nu cunosc suma inițială, ci doar restul final). Pentru a depăși obstacolul, ei trebuie să abandoneze tiparul clasic de rezolvare (de la stânga la dreapta) și să elaboreze o strategie nouă (mersul de la coadă la cap).
- **Algoritmizarea:** Deoarece *metoda mersului invers* presupune o succesiune strictă de pași, elevii vor exersa deconstruirea exercițiilor cu paranteze respectând o ordine algoritmică clară (eliminarea succesivă a termenilor liberi din afara parantezelor, transformarea parantezelor pătrate în rotunde etc.), până la izolarea completă a necunoscutei.
- **Învățarea asistată de inteligență artificială (Metoda PREPARE):** Reprezintă inovația centrală a lecției. AI-ul acționează ca un tutor personalizat („Detectivul Timpului”), care furnizează sarcini de lucru diferențiate și validează algoritmul de rezolvare propus de elev. Nu oferă soluții de-a gata, ci ghidează demersul logic, intervenind cu întrebări de remediere atunci când elevul greșeste ordinea operațiilor inverse.
- **Munca pe grupe (Învățarea prin colaborare):** Elevii sunt organizați în micro-echipe (2-3 elevi) pentru a rezolva sarcinile date de AI. Această metodă stimulează învățarea peer-to-peer (învățarea între egali). Membrii grupului își împart rolurile: unul redactează pașii operaționali pe caiet, altul verifică logic calculele, iar al treilea formulează răspunsul în limbaj natural pentru asistentul AI.

b) Mijloace de învățământ:

- **Dispozitive digitale:** Tablete sau telefoane inteligente conectate la internet pentru accesarea asistentului AI (Gemini, ChatGPT sau Copilot).
- **Videoproiector, display interactiv:** Videoproiector și tablă (clasică sau interactivă), esențiale pentru etapa de dirijare a învățării, unde profesorul demonstrează grafic (prin săgeți de întoarcere sau scheme arborescente) cum se desfac problemele cu fracții din resturi succesive.
- **Materiale tradiționale:** Caietul de matematică și instrumentele de scris. Scrierea manuală a exercițiilor cu paranteze rămâne obligatorie, deoarece sprijină vizualizarea alinierii termenilor și respectarea priorității operațiilor, aspecte pe care ecranul digital nu le poate suplini în totalitate la această vârstă.

c) Forme de organizare:

- **Frontală:** Utilizată pentru prezentarea conceptelor noi, demonstrarea modelului de rezolvare la tablă (pentru tipul 1 și tipul 3 de probleme) și pentru sintetizarea concluziilor la finalul orei, asigurând că toți elevii au înțeles mecanismul metodei.
- **Pe grupe mici de elevi:** Principalul cadru de lucru pe durata interacțiunii cu asistentul AI (25 de minute). Permite abordarea diferențiată, echipele ritmându-și singure avansarea prin cele 3 niveluri de dificultate oferite de AI.
- **Activitate individuală:** Utilizată în etapa de captare a atenției și, cu precădere, pe parcursul testului de evaluare online de la finalul lecției, asigurând un diagnostic clar asupra gradului de asimilare a competențelor de către fiecare elev în parte.

3. Scenariul Didactic

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii Metode /
1. Moment organizatoric	2 min	Verifică prezența și se asigură că tabletele/dispozitivele sunt conectate la internet și gata pentru accesarea asistentului AI.	Se pregătesc pentru lecție și pornesc dispozitivele digitale.	Conversația
2. Captarea atenției	5 min	Propune un joc mental: „M-am gândit la un număr. L-am înmulțit cu 2. Din rezultat am scăzut 5 și am obținut 15. Care a fost numărul?”.	Deduc intuitiv: Adună $15 + 5 = 20$, apoi împart $20 : 2 = 10$. Răspund 10.	Problematizarea, jocul didactic
3. Anunțarea temei și a obiectivelor	2 min	Anunță titlul: <i>Metoda mersului invers</i> . Explică rolul de „Detectiv al Timpului” pe care îl vor juca alături de AI.	Notează titlul în caiete și ascultă obiectivele misiunii.	Expunerea
4. Reactualizarea cunoștințelor	8 min	Scrie la tablă un exercițiu simplu cu paranteze: $(x \cdot 3 - 2) : 2 = 5$. Subliniază cu culori operațiile de la exterior spre interior	Notează exercițiul. Explică la tablă că ultima operație este împărțirea la 2. Fac operația inversă: $(x \cdot 3 - 2) = 5 \cdot 2$.	Conversația euristică, Demonstrația
5. Dirijarea învățării (Implementare RED AI)	25 min	Proiectează Promptul PREPARE. Coordonează grupele să treacă prin cele 3 tipuri de provocări (ecuații cu paranteze, „mă gândesc la un număr”, probleme cu sume și rest).	Inițiază promptul în AI. Primesc exercițiile progresiv. Rezolvă fiecare pas pe caiet. Introduc lanțul de operații inverse în chat și primesc validare.	Învățarea asistată de AI, Munca pe grupe
6. Asigurarea retenției și transferului	6 min	Analizează la tablă o problemă complexă de la AI: „A cheltuit jumătate din sumă și încă 10 lei. I-au rămas 20 lei”.	Împreună cu profesorul, parcurg de la coadă la cap: $20 + 10 = 30$ lei. Asta reprezintă jumătatea. Deci la început a avut $30 \cdot 2 = 60$ lei.	Problematizarea, Exercițiul frontal
7. Evaluarea și tema pentru acasă	2 min	Evaluează lucrul echipelor. Oferă temă exerciții similare (cele 3 tipuri) din manual/culegere.	Notează tema și închid dispozitivele.	Aprecieri verbale

Test de Evaluare Online: Maestrul calculelor rapide

Instrucțiuni pentru elevi: Calculează atent pe ciornă parcurgând datele de la rezultat spre punctul de plecare (folosind operațiile inverse).

Timp de lucru recomandat: 20 de minute.

Secțiunea 1: Adevărat sau Fals (10 puncte fiecare)

- Dacă într-o ecuație ultima operație calculată (cea din afara parantezelor) este o înmulțire, pentru a găsi paranteza va trebui să folosim operația inversă, adică împărțirea.
 - Adevărat
 - Fals
- În metoda mersului invers, citim problema normal de la stânga la dreapta și efectuăm exact aceleași operații matematice ca în text, doar că punem rezultatul final la început.
 - Adevărat
 - Fals

Secțiunea 2: Alegere Multiplă (15 puncte fiecare)

- Mă gândesc la un număr. Îl adun cu 8, rezultatul îl împart la 3, apoi scad 4 și obțin rezultatul final 6. La ce număr m-am gândit?
 - 15
 - 22
 - 18
 - 14
- Care este primul pas corect în rezolvarea ecuației $[(x - 5) \cdot 2] + 7 = 19$?
 - Se împarte 19 la 2
 - Se scade 7 din 19
 - Se adună 5 la 19
 - Se înmulțește 19 cu 2

Secțiunea 3: Răspuns Scurt (20 puncte fiecare)

- Ana a cheltuit într-o zi jumătate din suma de bani pe care o avea și încă 5 lei, după care constată că i-au mai rămas 15 lei. Ce sumă a avut Ana la început?
Răspunsul tău (introdu doar numărul): [_____]
- flă numărul natural x din egalitatea: $3 \cdot (x : 4 + 2) - 5 = 10$
Răspunsul tău (introdu doar numărul): [_____]

Secțiunea 4: Întrebare Bonus / Reflecție (10 puncte din oficiu)

- Ce detaliu dintr-o problemă complexă îți arată clar că trebuie să folosești metoda mersului invers și nu altă metodă? (Scrie o propoziție).
Răspunsul tău: [_____]

Barem de Corectare și Setări pentru Platforma Online (Pentru Profesor)

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
1	Adevărat	10 p	Aceasta este regula fundamentală a izolării termenilor din paranteze: operația inversă.
2	Fals	10 p	Citirea logică se face de la coadă la cap (de la dreapta la stânga), iar operațiile se schimbă în opusul lor.
3	b) 22	15 p	Succesiunea inversă: $(6 + 4) = 10$; $10 \cdot 3 = 30$; $30 - 8 = 22$
4	b) se scade 7	15 p	Paranteza pătrată este tratată ca un singur termen la care s-a adunat 7. Anulăm adunarea.

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
5	40	20 p	Se reface întregul pornind de la rest. $15 + 5 = 20$ (jumătatea). Întregul este $20 \cdot 2 = 40$.
6	12	20 p	Desfacerea progresivă: $3 \cdot (...) = 15 \Rightarrow (...) = 5 \Rightarrow x:4 = 3 \Rightarrow x = 12$.
7	(Apreciere logică)	10 p	Se așteaptă ca elevul să specifice faptul că se dă un șir lung de operații/evenimente succesive, iar la final ni se oferă direct <i>rezultatul</i> sau <i>restul</i> , necunoscuta aflându-se la începutul poveștii

Observații metodologice importante din programa școlară:

- **Structura resturilor succesive:** Problemele de tipul 3 (cu cheltuieli și rest) sunt cele mai predispuse la erori. Elevul tinde să scadă banii direct din restul final. Este vitală reprezentarea pe segmente (sau arbore) pentru ca elevii să vadă ce reprezintă vizual "jumătatea" înainte de a mai aduna cei "5 lei" înapoi.
- **Modelarea prin metode aritmetice:** Are în vedere identificarea raționamentului corect de operare. La metoda mersului invers, un obiectiv major este fixarea noțiunii de *prioritate a operațiilor*. Derularea înapoi obligă elevul să deconstruiască exercițiul exact în ordinea opusă rezolvării normale.
- **Utilizarea erorii:** Când AI-ul detectează o anulare greșită, asistentul oprește rezolvarea și întreabă doar care a fost ultima acțiune. Acest feedback ghidează auto-corectarea.

Prompt final pentru elevi:

„Vreau să mă ajuți să exersezi aflarea unui număr necunoscut folosind metoda mersului invers. Acționează ca un Detectiv al Timpului și un profesor de matematică prietenos. Exemplu: Mă gândesc la un număr, îl adun cu 5, rezultatul îl împart la 3 și obțin 4. Răspunsul meu: Ultima operație a fost împărțirea la 3, deci facem $4 \cdot 3 = 12$. Penultima a fost adunarea cu 5, deci facem $12 - 5 = 7$. Numărul este 7. Folosește doar numere naturale. Alternează 3 tipuri de provocări pe rând: 1) o ecuație cu o necunoscută și 2-3 paranteze (ex. $[(x + 2) \cdot 3] - 1 = 14$); 2) o problemă de tip 'mă gândesc la un număr'; 3) o problemă complexă cu cheltuieli și resturi succesive. Oferă-mi o problemă. Cere-mi să scriu pe caiet șirul de operații inverse și să-ți explic pașii. Dacă greșesc, dă-mi un indiciu întrebându-mă care este opusul ultimei operații.

Prompt pentru Nivelul Expert (Factorul comun din trei termeni sau cu termenul 1 ascuns)

„Detectivule, dă-mi un caz foarte greu cu resturi succesive! O problemă despre cineva care își cheltuie banii (sau merele dintr-un coș) în 3-4 etape. În fiecare etapă cheltuie o fracție (ex. o treime, un sfert) din NOUUL REST și mai adaugă câțiva lei/mere în plus cheltuite, rămânând la final cu o sumă/cantitate foarte mică. Vreau să îmi ceri rezolvarea pas cu pas, etapă de cheltuială cu etapă de cheltuială. Lasă-mă pe mine să refac întregul pornind de la ultima zi/etapă! Dacă mă încurc, ajută-mă reamintindu-mi să adaug banii/merele date în plus în acea etapă ÎNAINTE să înmulțesc pentru a afla restul din ziua precedentă.”

Restricții pentru tine (AI):

- NU oferi tu rezolvarea și nu da răspunsul final din prima.
- NU folosi limbaj algebric avansat (sisteme de ecuații sau mutarea termenilor cu semn schimbat specific claselor mai mari), ci doar conceptul de anulare prin 'operație inversă'.

- Oferă DOAR câte o provocare pe rând. Așteaptă răspunsul meu.
 - Evaluează răspunsul meu ca fiind corect DOAR dacă ți-am demonstrat calculul pașilor în ordinea inversă corectă.”
-