

Planul Național de Redresare și Reziliență

Beneficiar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ

Titlul proiectului: „Ecosisteme de management al învățării bazate pe inteligență artificială”

Contract de finanțare nr. 14095/10.12.2024, cod proiect e-PNRR 122

Structura Resursei Educaționale Deschise (RED) bazată pe AI

I. Date de Identificare ale Resursei

Categorie	Educație digitală / Matematică aplicată
Titlul RED	Detectivul Mulțimilor: Operații cu Mulțimi prin Descoperire Dirijată
Autor	DANCIU ALIN FLORIN
Grup țintă	Elevi, vârsta 12-13 ani
Aria Curriculară	Matematică și științe ale naturii
Clasa	a VI-a
Obiectiv General	Dezvoltarea autonomiei în aplicarea operațiilor cu mulțimi (reuniune, intersecție, diferență) prin investigare socratică ghidată de AI, eliminând confuziile conceptuale și grafice.
Durată Estimată	50 minute (o oră didactică)

II. Argumentul Aplicării RED în Procesul Didactic

- De la aplicare mecanică la strategie autonomă:** Când se confruntă cu operațiile cu mulțimi, elevii confundă frecvent simbolurile matematice ($\cup$ și $\cap$) și aplică mecanic reguli greșite. Prin abordarea de descoperire dirijată, AI-ul nu le oferă un algoritm de-a gata, ci îi obișnuiește să își pună întrebările potrivite: „Ce înseamnă de fapt elemente *comune*?” „Dacă reunesc două mulțimi, de ce nu scriu același număr de două ori?”.
- Combaterea erorilor frecvente:** O greșeală clasică la clasa a VI-a este neînțelegerea diferenței dintre $A \setminus B$ și $B \setminus A$, elevii crezând că operația este comutativă la fel ca adunarea. AI-ul intervine ca un filtru metacognitiv care îi întreabă sistematic: „Ești sigur că din mulțimea A ai eliminat absolut tot ce aparține lui B?”
- Personalizarea ritmului pe progresia clasei:** Exercițiile se adaptează de la mulțimi finite simple (date prin enumerarea elementelor, ex: $A = \{1, 2, 3\}$), la mulțimi definite printr-o proprietate caracteristică (inegalități, divizibilitate), oferind provocări potrivite nivelului fiecărui elev.

III. Promptul/Prompturile Propuse pentru Activitatea Didactică (Metoda PREPARE)

Acest prompt va fi furnizat elevilor pentru a genera materialul de analiză.

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Purpose (Scopul)	Fixarea strategiei de descoperire a elementelor.	„Vreau să mă ajuți să exerseze operațiile cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența). Scopul meu este să descopăr singur elementele finale.”
Role (Rolul AI)	Mentor socratic care ghidează prin întrebări.	„Acționează ca un mentor socratic de matematică. Rolul tău NU este să îmi spui ce elemente are mulțimea finală, ci să mă ghidezi prin întrebări (ex: «Ai inclus și elementele comune?» sau «Ești sigur că ai eliminat tot ce aparține lui B?») dacă vezi că mă blochez.”
Exemplar (Exemplu)	Model de interacțiune interactivă.	„Exemplu: AI: Fie $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{3, 4, 5\}$. Ce obținem la $A \cap B$? Elev: $\{1, 3\}$? AI: Aproape! Intersecția înseamnă doar elementele COMUNE. Numărul 1 este și în B? Elev: Nu. Atunci este $\{3\}$. AI: Excelent!”
Parameters (Parametri)	Calibrarea dificultății exercițiilor.	„Folosește mulțimi cu progresie de dificultate: 1. Mulțimi date prin enumerare (litere sau cifre). 2. Mulțimi date prin proprietăți (ex: $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 6\}$).”
Action	Structurarea	„Generează două mulțimi pe rând. Cere-mi să calculez reuniunea, apoi intersecția,

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
(Acțiunea)	dialogului pas cu pas..	apoi diferențele ($A \setminus B$ și $B \setminus A$). După fiecare pas, dacă greșesc, dă-mi un indiciu socratic.”
Restrictions (Restricții)	Asigurarea efortului cognitiv propriu.	„NU oferi niciodată rezultatul final, lasă-mă pe mine să identific elementele. NU rezolva inegalitățile în locul meu atunci când dai mulțimi cu proprietăți.”
Evaluation (Evaluare)	Validarea rigorii algebrice.	„Evaluează răspunsul ca fiind corect DOAR când toate elementele sunt identificate corect, fără dubluri la reuniune.”

IV. Planul Activității Didactice

Etapă	Durată	Activitatea Elevilor	Rolul AI (Prompt)
1. Introducere & Brainstorming	10 min	Discută situații practice cu diagrame Venn. Identifică intuitiv ce înseamnă „și” (intersecție) vs. „sau” (reuniune).	Prompt frontal: „Cum i-am explica unui coleg care a lipsit ce înseamnă operația de «scădere» (diferență) a unei mulțimi din alta, folosind exemplul unui grup de prieteni?”
2. Desfășurarea activității	30 min	Rezolvă individual/perechi pe caiete exercițiile date de AI. Desenează obligatoriu Diagramele Venn pentru fiecare caz.	Promptul PREPARE (din pct. III). Verifică corectitudinea identificării elementelor, gestionează confuziile de simboluri și sancționează scrierea dublurilor la reuniune.
3. Concluzii & Dezbateri	10 min	Analizează capcanele întâlnite, în special de ce $A \setminus B$ nu este același lucru cu $B \setminus A$.	Prompt de reflecție: „Creează o regulă amuzantă pentru a nu mai confunda niciodată simbolul $\cup$ (reuniune) cu $\cap$ (intersecție).”

V. Metoda de Aplicare la Clasă

Descrieți pe scurt modul în care s-a aplicat la clasă

- **Hibrid Analog-Digital:** Esența înțelegerii mulțimilor stă în vizualizare. Elevul deschide asistentul AI prin promptul PREPARE și primește datele, dar desenarea Diagramelor Venn și enumerarea elementelor se fac obligatoriu pe caiet. În chat, elevul notează doar rezultatul final al fiecărei operații, pentru a fi validat socratic de AI.
- **Facilitare:** Profesorul circulă printre bănci și verifică rigoarea redactării matematice de pe hârtie (scrierea elementelor între acolade, separate prin virgulă). Intervine dacă un elev nu reușește să deducă indiciile oferite de asistentul virtual.
- **Diferențiere:** Grupele rapide vor ajunge la cerințele de nivel 2 (mulțimi definite prin inegalități sau criterii de divizibilitate), integrând astfel cunoștințele de algebră și aritmetică.

VI. Concluzii și Așteptări în Urma Aplicării

- **Competență Digitală:** Utilizarea asistentului conversațional pentru a testa ipoteze matematice, formulând răspunsuri care necesită rigoare sintactică (utilizarea corectă a parantezelor și a enumerărilor)..
- **Competență Matematică:** Fixarea definitivă a diferențelor dintre reuniune, intersecție și diferență, și capacitatea de a transpune o notație matematică abstractă într-o reprezentare vizuală (Diagrama Venn).
- **Așteptare:** Diminuarea drastică a greșelilor prin neatenție (scrierea dublurilor la reuniune sau confundarea diferențelor simetrice), elevii dezvoltând un reflex de verificare reciprocă a elementelor.

I Planificarea unității de învățare

Disciplina: Matematică

Clasa: a VI-a

Unitatea de învățare: Mulțimi. Operații cu mulțimi

Număr de ore alocate unității: 10 ore

Competențe vizate	specifice	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relațiilor dintre ele. 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate. 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie cu ajutorul mulțimilor.		Mulțimi: descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și nenumerice. Relații de apartenență și incluziune.	4	S1-S2	Observarea sistematică; fișe de lucru individuale (construirea și interpretarea diagramelor Venn).
1.2. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relațiilor dintre ele. 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate. 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și a operațiilor cu acestea. 5.1. Analizarea rezolvării unei probleme folosind operații cu mulțimi (reuniune, intersecție, diferență). 6.1. Transpunerea, în limbaj matematic, a unei situații date utilizând mulțimi și operații cu acestea.		Operații cu mulțimi: intersecție, reuniune, diferență. (Integrare RED AI: „Detectivul Mulțimilor - Descoperire Dirijată”)	4	S2-S3	Evaluare formativă AI: Reprezentări grafice Venn și raționament socratic pentru depistarea și calculul elementelor.
1.3. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relațiilor dintre ele. 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate. 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și a operațiilor cu acestea.		Recapitulare. Evaluare sumativă.	2	S3-S4	Test de evaluare sumativă din unitatea de învățare. Analiza erorilor și activități de remediere.

Competențe vizate	specifice	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie cu ajutorul mulțimilor. 5.1. Analizarea rezolvării unei probleme folosind operații cu mulțimi (reuniune, intersecție, diferență). 6.1. Transpunerea, în limbaj matematic, a unei situații date utilizând mulțimi și operații cu acestea.					

II. Proiect de lecție: Arhitectul Geometriei: Proprietățile Patrulaterelor cu AI

Data:

Clasa: a VI-a

Disciplina: Matematică

Unitatea de învățare: Mulțimi. Operații cu mulțimi

Subiectul lecției: Reuniunea, intersecția și diferența mulțimilor

Tipul lecției: Formare și consolidare de priceperi și deprinderi

Durata: 50 minute

1. Obiective Operaționale

La sfârșitul activității, elevii vor fi capabili:

- **O1 (Cognitiv):** Să identifice, dintr-un set de date, elementele comune și necomune specifice a două sau mai multe mulțimi.
- **O2 (Aplicativ):** Să efectueze operațiile de reuniune ($\cup$), intersecție ($\cap$) și diferență ($\setminus$) folosind atât enumerarea, cât și reprezentarea grafică (Diagramele Venn).
- **O3 (Analitic):** Să analizeze critic apartenența unui element la o mulțime definită printr-o proprietate caracteristică (ex. inegalități) înainte de a efectua operația.
- **O4 (Digital):** Să utilizeze asistentul AI prin metoda PREPARE, decodificând feedback-ul socratic pentru a-și auto-corecta erorile de calcul.

2. Strategii Didactice

Pentru atingerea obiectivelor, procesul didactic este structurat pe un design activ-participativ:

a) Metode și procedee:

- **Învățarea prin descoperire dirijată:** Elevii investighează autonom structura mulțimilor propuse de AI. Nu li se oferă rezolvarea, ci sunt lăsați să testeze soluții. Dacă greșesc, descoperă singuri regula încălcată (ex. „Am scris numărul 5 de două ori!”).
- **Conversația socratică asistată de AI:** Este axul central al lecției. AI-ul generează întrebări analitice (ex: „Dacă elementul 4 se află în ambele mulțimi, la ce operație se încadrează cel mai bine?”) stimulând raționamentul logic fără a periclita efortul cognitiv al elevului.
- **Problematizarea:** Cum rezolvăm diferența $A \setminus B$ dacă mulțimea A este inclusă total în B ($A \subset B$)? Ce obținem? (Conflict cognitiv ce duce la noțiunea de mulțime vidă $\emptyset$).

- **Munca independentă și colaborativă pe caiet (Hibrid):** Efectuarea obligatorie a diagramelor pe hârtie formează rigoarea redactării vizuale. Elevii din aceeași echipă (2-3 elevi) negociază vizual așezarea elementelor în diagrame înainte de a formula răspunsul pentru AI.

b) Mijloace de învățământ:

- **Suportul digital:** Tablete, laptopuri sau telefoane conectate la internet, setate pe modelul conversațional (LLM) dorit și încărcate cu promptul „Detectivul Mulțimilor”.
- **Mijloace de modelare vizuală:** Videoproiector și tablă clasică pentru etapa de captare a atenției și pentru fixarea modului corect de desenare a intersecțiilor a două cercuri.
- **Materiale tradiționale:** Caietul de matematică, riglă/lorare (opțional pentru diagrame precise), stilouri/pixuri de culori diferite pentru a hașura rezultatul operațiilor (ex: hașurare cu roșu pentru intersecție).

c) Forme de organizare:

- **Frontală:** Pentru reactualizarea simbolurilor matematice ($\cup$, $\cap$, $\setminus$, $\emptyset$) și explicarea modului de interacțiune cu AI-ul.
- **Pe grupe mici:** Nucleul lecției; permite elevilor să colaboreze, să rezolve scenariile AI-ului în propriul ritm și să aplice peer-tutoring (învățarea între egali).

3. Scenariul Didactic

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii Metode /
1. Moment organizatoric	2 min	Verifică prezența și se asigură că tablete/dispozitivele sunt conectate la internet și gata pentru accesarea asistentului AI.	Se pregătesc pentru lecție și pornesc dispozitivele digitale.	Conversația
2. Captarea atenției	5 min	Desenează la tablă două cercuri parțial suprapuse (Diagrama Venn). Scrie în primul cerc „Iubitori de câini” și în al doilea „Iubitori de pisici”.	Elevii deduc intuitiv că zona de mijloc (suprapunerea) aparține celor care iubesc ambele animale (Intersecția).	Problematizarea, Modelarea vizuală
3. Anunțarea temei și a obiectivelor	2 min	Anunță titlul: <i>Operații cu mulțimi</i> . Explică rolul de „Detectiv” pe care îl vor juca alături de AI pentru a găsi elementele ascunse.	Notează titlul în caiete și ascultă obiectivele lecției.	Expunerea
4. Reactualizarea cunoștințelor	8 min	Construiește „Trusa Detectivului” la tablă: Reuniunea ($\cup$) = TOATE; Intersecția ($\cap$) = COMUNE; Diferența ($\setminus$) = DOAR ÎN PRIMA. Reamintește regula fără dubluri.	Notează pe marginea caietului cele 3 reguli esențiale. Identifică simbolurile și diferențele dintre	Conversația euristică, Schema la tablă

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii Metode /
			ele.	
5. Dirijarea învățării (Implementare RED AI)	25 min	Proiectează Promptul PREPARE. Coordonează grupele. Verifică rigoarea scrierii pe caiete (Diagrame Venn și acolade).	Inițiază promptul în AI. Desenează mulțimile pe caiet, scriu răspunsurile în chat, decodifică ghidajul socratic al AI-ului dacă greșesc.	Învățarea asistată de AI (Descoperire dirijată)
6. Asigurarea retenției și transferului	6 min	Propune o capcană frontală la tablă: $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$. Cât este $A \setminus B$? Dar $B \setminus A$?	Analizează. Observă că din A se scade tot, deci $A \setminus B = \emptyset$. Dar $B \setminus A = \{3\}$.	Problematizarea, Exercițiul frontal
7. Evaluarea și tema pentru acasă	2 min	Evaluează lucrul echipelor. Oferă temă exerciții de determinare a mulțimilor definite prin inegalități din manual.	Notează tema și închid dispozitivele.	Aprecieri verbale

Test de Evaluare Online

Instrucțiuni pentru elevi: Citește cu atenție fiecare cerință. Poți desena Diagramele Venn pe o ciornă pentru a nu greși.

Temp de lucru recomandat: 20 de minute.

Secțiunea 1: Adevărat sau Fals (10 puncte fiecare)

- Reuniunea a două mulțimi ($A \cup B$) conține exclusiv elementele comune celor două mulțimi.
 - Adevărat
 - Fals
- Dacă mulțimea $A = \{x, y, z\}$ și mulțimea $B = \{y, z, w\}$, atunci diferența $A \setminus B$ este egală cu diferența $B \setminus A$.

- a) Adevărat
 b) Fals

Secțiunea 2: Alegere Multiplă (15 puncte fiecare)

3. Fie mulțimile $M = \{1, 2, 3, 4\}$ și $N = \{3, 4, 5, 6\}$. Care este rezultatul intersecției $M \cap N$?
- a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 b) $\{3, 4\}$
 c) $\{1, 2\}$
 d) $\{5, 6\}$
4. Fie mulțimile $C = \{a, b, c\}$ și $D = \{b, c, d\}$. Ce elemente conține diferența $D \setminus C$?
- a) $\{a\}$
 b) $\{b, c\}$
 c) $\{d\}$
 d) $\{a, d\}$

Secțiunea 3: Răspuns Scurt (20 puncte fiecare)

5. Se dau mulțimile: $A = \{0, 2, 4\}$ și $B = \{1, 2, 3\}$. Scrie elementele mulțimii $A \cup B$.
 Răspunsul tău (introdu elementele separate prin virgulă, între acolade): [_____]
6. Găsește elementele mulțimii P , știind că $P = \{x / x \in N, 3 \leq x < 6\}$. Apoi intersectează-o cu $Q = \{5, 6, 7\}$. Care este $P \cap Q$?
 Răspunsul tău: [_____]

Secțiunea 4: Întrebare Bonus / Reflecție (10 puncte din oficiu)

7. Explică pe scurt ce ai înțeles din interacțiunea cu asistentul AI atunci când, la reuniune, ai fost tentat să scrii același element de două ori.
 Răspunsul tău: [_____]

Barem de Corectare și Setări pentru Platforma Online (Pentru Profesor)

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
1	Fals	10 p	Reuniunea conține TOATE elementele (luate o singură dată). Elementele comune reprezintă intersecția.
2	Fals	10 p	$A \setminus B = \{x\}$, pe când $B \setminus A = \{w\}$. Operația de diferență a mulțimilor nu este comutativă.
3	b) $\{3, 4\}$	15 p	Acestea sunt singurele elemente care se regăsesc simultan în ambele mulțimi.
4	c) $\{d\}$	15 p	Se cere $D \setminus C$, adică eliminăm din D tot ce aparține lui C (pe b și c). Rămâne doar d .
5	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	20 p	Se pun laolaltă toate elementele. Greșeala clasică vizată: scrierea lui 2 de două ori.
6	$\{5\}$	20 p	Necesită rezolvarea prealabilă a inegalității: x este număr natural, mai mare sau egal cu 3, strict mai mic decât 6. Deci $P = \{3, 4, 5\}$. $P \cap Q = \{5\}$.
7	(Aprecieri logică)	10 p	Evaluează capacitatea de metacogniție. Elevul conștientizează că o mulțime este o colecție de obiecte distincte, deci dublurile nu au sens logic.

Observații metodologice importante din programa școlară:

- **Modelarea prin simboluri și limbaj matematic:** Trecerea de la limbajul natural („și”, „sau”, „doar în prima, fără a doua”) la simbolurile matematice riguroase ($\cap$, $\cup$, $\setminus$) dezvoltă puternic capacitatea de abstractizare a elevilor. Utilizarea obligatorie a Diagramelor Venn funcționează ca o punte vizuală esențială care face această transpunere din text în simbol mult mai logică și ușor de asimilat.
- **Utilizarea erorii ca sursă de învățare:** Erorile tipice la această vârstă (scrierea dublurilor la reuniune, confuzia între reuniune și intersecție sau aplicarea falsă a comutativității la diferență) devin materialul principal de lucru. În loc să fie penalizată, eroarea este preluată de asistentul AI prin metoda socratică. Întrebându-l pe elev „Ești sigur că acel element se află în ambele mulțimi?”, AI-ul îl obligă să își revizuiască decizia, transformând greșeala într-un moment de fixare profundă a conceptului.
- **Integrarea noțiunilor:** Problemele de nivelul 2 cerute AI-ului (mulțimi definite prin proprietăți caracteristice, precum inegalitățile) sunt vitale pentru a face puntea cu ecuațiile și inecuațiile din capitolele viitoare de algebră.

Prompt final pentru elevi:

„Vreau să mă ajuți să exersezi operațiile cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența). Scopul meu este să descopăr singurele elemente finale. Acționează ca un mentor de matematică socratic. Rolul tău NU este să îmi spui ce elemente are mulțimea finală, ci să mă ghidezi prin întrebări (ex: «Ai inclus și elementele comune?» sau «Ești sigur că ai eliminat tot ce aparține lui B?») dacă vezi că mă blochez.

Exemplu:

AI: Fie $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{3, 4, 5\}$. Ce obținem la $A \cap B$?

Elev: $\{1, 3\}$?

AI: Aproape! Intersecția înseamnă doar elementele COMUNE. Numărul 1 este și în B?

Elev: Nu. Atunci este $\{3\}$.

Folosește mulțimi cu progresie de dificultate: 1. Mulțimi date prin enumerare (litere sau cifre). 2. Mulțimi date prin proprietăți (ex: $A = \{x / x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 6\}$). Generează două mulțimi pe rând. Cere-mi să calculez reuniunea, apoi intersecția, apoi diferențele ($A \setminus B$ și $B \setminus A$). După fiecare pas, așteaptă răspunsul meu.

Prompt pentru nivelul expert

„Detectivule, trecem la nivelul superior! Generează o problemă care implică **trei mulțimi** (A, B și C). Cere-mi să calculez o operație compusă care implică o paranteză, de exemplu: $(A \cup B) \cap C$ sau $A \setminus (B \cap C)$. Forțează-mă să rezolv exercițiul în etape, întrebându-mă mai întâi care este rezultatul din paranteză, și abia apoi operația finală. Fii exigent, dacă uit un singur element, întoarce-mă la diagrama Venn!”

Restricții pentru tine (AI):

- NU oferi niciodată rezultatul final. Lasă-mă pe mine să identific elementele.
- NU rezolvă inegalitățile în locul meu atunci când dai mulțimi definite printr-o proprietate.
- Evaluează răspunsul ca fiind corect DOAR când toate elementele sunt identificate corect, și sancționează-mă dacă scriu același element de două ori la reuniune.”