

Planul Național de Redresare și Reziliență

Beneficiar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ

Titlul proiectului: „Ecosisteme de management al învățării bazate pe inteligență artificială”

Contract de finanțare nr. 14095/10.12.2024, cod proiect e-PNRR 122

## Structura Resursei Educaționale Deschise (RED) bazată pe AI

### I. Date de Identificare ale Resursei

|                  |                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Categorie        | Educație digitală / Matematică aplicată                                                                                                                                                                                          |
| Titlul RED       | Descompuneri în Factori prin Descoperire Dirijată (Metode Combinate)                                                                                                                                                             |
| Autor            | DANCIU ALIN FLORIN                                                                                                                                                                                                               |
| Grup țintă       | Elevi, vârsta 14-15 ani                                                                                                                                                                                                          |
| Aria Curriculară | Matematică și științe ale naturii                                                                                                                                                                                                |
| Clasa            | a VIII-a                                                                                                                                                                                                                         |
| Obiectiv General | Dezvoltarea autonomiei în alegerea și combinarea strategiilor de descompunere în factori (factor comun, grupare, formule de calcul prescurtat) prin investigare socratică ghidată de AI, eliminând oprirea prematură din calcul. |
| Durată Estimată  | 50 minute (o oră didactică)                                                                                                                                                                                                      |

### II. Argumentul Aplicării RED în Procesul Didactic

**De la aplicare mecanică la strategie autonomă:** Când se confruntă cu expresii care necesită combinarea metodelor, elevii se simt adesea copleșiți de opțiuni. Prin abordarea de *descoperire dirijată*, AI-ul nu le oferă un algoritm de-a gata, ci îi obișnuiește să își pună întrebările potrivite: „Am un divizor comun global?”, „Dacă am 4 termeni, îi cuplez 2 câte 2 sau 3 cu 1?”.

**Combaterea opririi premature din calcul:** O greșeală clasică la clasa a VIII-a este abandonarea exercițiului după primul pas (de exemplu, oprirea la  $(x+1)(x^2-4)$ ). AI-ul intervine ca un filtru metacognitiv care îi întreabă sistematic după fiecare pas: „Aruncă o privire la paranteza rămasă. E cu adevărat ireductibilă, sau mai ascunde o formulă?”.

**Personalizarea ritmului pe progresia clasei:** Exercițiile se adaptează de la grupări simple ( $ax+bx+ay+by$ ), la factor comun combinat cu formule ( $3ab^2+6ab+3a$ ), până la diferențe de pătrate compuse ( $(5x+1)^2-4x^2$ ), oferind provocări potrivite nivelului fiecărui elev.

### III. Promptul/Prompturile Propuse pentru Activitatea Didactică (Metoda PREPARE)

Acest prompt va fi furnizat elevilor pentru a genera materialul de analiză.

| Element PREPARE    | Descriere (Rolul în activitate)                                     | Prompt/Instrucțiune către AI                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Purpose (Scopul)   | Fixarea strategiei autonome de descompunere prin metode combinate.  | „Vreau să mă ajuți să exerseze descompunerea în factori prin metode combinate (factor comun, grupare, formule). Scopul meu este să descopăr singur ce metodă trebuie aplicată la fiecare pas.”                                                          |
| Role (Rolul AI)    | Mentor socratic care ghidează prin întrebări, fără a impune metoda. | „Acționează ca un mentor de matematică socratic. Rolul tău NU este să îmi spui ce metodă să folosesc, ci să mă ghidezi prin întrebări (ex: «Te-ai uitat dacă există un factor comun global?» sau «Ar merge să îi grupăm pe perechi?») dacă mă blochez.” |
| Exemplar (Exemplu) | Model de interacțiune interactivă și evaluare completă.             | „Exemplu de dialog:<br>AI: Începem cu $x^3+x^2-4x-4$ . Privește-o cu atenție: care crezi că ar fi primul pas?<br>Elev: Să dăm factor comun pe $x$ ?<br>AI: Bună încercare! Dar ultimul termen ( $-4$ ) nu îl conține. Ce altă                           |

| Element<br>PREPARE           | Descriere (Rolul în<br>activitate)                                       | Prompt/Instrucțiune către AI                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                              |                                                                          | <p>strategie am putea încerca când avem 4 termeni?</p> <p>Elev: Să îi grupăm doi câte doi?</p> <p>AI: Exact! Ce obții dacă îi cuplezi pe primii doi și pe ultimii doi?</p> <p>Elev: <math>x^2(x+1)-4(x+1)</math>. Acum văd paranteza comună! Rămâne <math>(x+1)(x^2-4)</math>.</p> <p>AI: Excelentă descoperire! Privind ultimul factor, <math>(x^2-4)</math>, am terminat complet sau mai ascunde o formulă?</p> <p>Elev: E diferență de pătrate! Forma finală e <math>(x+1)(x-2)(x+2)</math>."</p> |
| Parameters<br>(Parametri)    | Calibrarea pe 3 niveluri progresive, folosind tipurile din fișa predată. | „Folosește expresii cu progresie de dificultate care combină metodele: grupare simplă (ex: $ax+bx+ay+by$ ), grupare urmată de factor comun (ex: $5x+5y-ax-ay$ ), grupare urmată de diferență de pătrate (ex: $x^3+x^2-4x-4$ , $x^2(a-1)-9a+9$ ), factor comun urmat de binom la pătrat (ex: $3ab^2+6ab+3a$ ) și diferențe de pătrate compuse (ex: $(5x+1)^2-4x^2$ , $(4x+1)^2-(2x+3)^2$ )."                                                                                                          |
| Action<br>(Acțiunea)         | Structurarea dialogului pas cu pas                                       | „Generează o singură expresie pe rând. Întreabă-mă ce strategie propun pentru început. Dacă propun o metodă greșită, ajută-mă să văd de ce nu funcționează și dă-mi un indiciu socratic. După fiecare pas intermediar, întreabă-mă dacă expresia mai poate fi descompusă."                                                                                                                                                                                                                           |
| Restrictions<br>(Restricții) | Asigurarea efortului cognitiv propriu.                                   | „NU folosi în întrebările tale numele metodei corecte înainte ca eu să o menționez sau să o aplic. NU oferi niciodată rezultatul final, lasă-mă pe mine să fac calculele."                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Evaluation<br>(Evaluare)     | Validarea rigorii algebrice și a descompunerii complete.                 | „Evaluează răspunsul ca fiind corect DOAR când toți factorii obținuți sunt ireductibili. Dacă mă opresc la o formă parțială (ex: $(x+1)(x^2-4)$ ), atrage-mi atenția că unul dintre factori se mai poate descompune."                                                                                                                                                                                                                                                                                |

#### IV. Planul Activității Didactice

| Etapă                          | Durată | Activitatea Elevilor                                                                                                                                                    | Rolul AI (Prompt)                                                                                                                                                        |
|--------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Introducere & Brainstorming | 10 min | Discută despre cum recunoaștem structura unei expresii (număr de termeni, semne, puteri). Identifică de ce unele exerciții nu pot fi rezolvate printr-o singură metodă. | <b>Prompt profesor:</b> „Explică în 3 puncte cheie cum un detectiv algebrei investighează o expresie complexă pentru a alege prima metodă de descompunere."              |
| 2. Desfășurarea activității    | 30 min | Rezolvă individual pe caiete exercițiile propuse de AI. Răspund la întrebările socratice ale AI-ului privind strategia aleasă și testează ipotezele pe hârtie           | <b>Evaluator EN:</b> Verifică corectitudinea calculului, gestionează semnele minus și insistă ca elevul să obțină exclusiv factori ireductibili (descompunere completă). |
| 3. Concluzii & Dezbateri       | 10 min | Analizează ce tipuri de combinații au pus cele mai multe probleme (ex: diferențele de pătrate compuse). Formulează un „checklist” al                                    | <b>Reflecție:</b> Creează o listă cu cele mai importante 3 capcane evitate astăzi când am combinat metodele de descompunere."                                            |

| <i>Etapă</i> | <i>Durată</i> | <i>Activitatea Elevilor</i> | <i>Rolul AI (Prompt)</i> |
|--------------|---------------|-----------------------------|--------------------------|
|              |               | elevului.                   |                          |

#### ***V. Metoda de Aplicare la Clasă***

**Resurse tehnice și materiale:** Tablete/telefoane conectate la internet, caiete de matematică, instrumente de scris.

**Fluxul de lucru (Hibrid):** Elevul deschide asistentul AI prin promptul PREPARE și primește o expresie. Calculul se face obligatoriu pe caiet, elevul scriind egalitățile succesive pe hârtie. În chat, elevul notează doar strategia propusă și rezultatele etapelor de calcul, primind feedback socratic.

**Rolul profesorului:** Monitorizează parcursul elevilor, verifică rigoarea redactării pe caiete (folosirea parantezelor rotunde și pătrate, scrierea completă a lanțului de egalități) și intervine ca facilitator dacă un elev întâmpină dificultăți în interpretarea indiciilor oferite de AI.

#### ***VI. Concluzii și Așteptări în Urma Aplicării***

**Autonomie și încredere crescută:** Elevii nu se mai blochează în fața exercițiilor care nu seamănă direct cu o singură formulă standard, ci dezvoltă un reflex investigativ.

**Corectarea instantanee a capcanelor de semn:** Greșeli precum schimbarea incorectă a semnelor la extragerea unui factor negativ (ex: la  $5x + 5y - ax - ay$  scrierea  $-a(x - y)$  în loc de  $-a(x + y)$ ) sunt corectate imediat de către AI prin verificare prin înmulțire.

**Deprinderea descompunerii complete:** Prin insistența asistentului de a verifica mereu ultima paranteză, elevii își interiorizează standardul baremelor de la Evaluarea Națională de a aduce expresia la forma cea mai simplă.

#### **I Planificarea unității de învățare**

**Disciplina:** Matematică

**Clasa:** a VIII-a

**Unitatea de învățare:** Expresii algebrice. (Clasa a VIII-a)

**Număr de ore alocat unității:** 12 ore (extrasul se concentrează pe cele 4 ore destinate descompunerilor prin Metode Combinate)

| Competențe vizate                                                                                                                                             | specifice | Conținuturi                                                                                                                                          | Nr. ore | Săptămâna | Observații / Evaluare                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.2. Identificarea componentelor unei expresii algebrice.<br>2.2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale reprezentate prin litere.                   |           | Descompuneri în factori folosind metode combinate: grupare urmată de factor comun sau formule simple (ex: $ax + bx + ay + by$ , $x + ax + y + ay$ ). | 2       | S11       | Evaluare formativă: Fișă de lucru pe perechi; verificare reciprocă a pasului de grupare.     |
| 2.2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale reprezentate prin litere.<br>3.2. Utilizarea algoritmilor pentru optimizarea calculelor cu numere reale. |           | Metode combinate: factor comun urmat de formule și diferențe de pătrate compuse (ex: $x^3 + x^2 - 4x - 4$ , $(5x + 1)^2 - 4x^2$ ).                   | 1       | S12       | Muncă independentă: Exersarea reducerii termenilor asemenea în interiorul parantezelor mari. |
| Toate competențele specifice ale unității (1.2, 2.2, 3.2)                                                                                                     |           | Recapitulare și consolidare (Integrare RED AI: <i>Detectivii Algebrei – Descoperire Dirijată</i> ).                                                  | 1       | S12       | Evaluare asistată de AI: Antrenament socratic pentru identificarea autonomă a metodelor.     |

#### Note metodologice extrase din programa de clasa a VIII-a:

**Integrarea instrumentelor digitale și a inteligenței artificiale:** Programa școlară recomandă utilizarea tehnologiei și a softurilor educaționale nu ca pe simple furnizoare de răspunsuri, ci ca pe instrumente de investigare care stimulează gândirea critică. În această lecție, asistentul AI funcționează ca un „catalizator metacognitiv”: prin metoda PREPARE, elevul este ghidat socratic să exploreze structura algebrică și să descopere singur strategia optimă de combinare a metodelor.

**Argumentarea demersului de rezolvare:** Se pune accent pe formarea capacității elevilor de a justifica verbal și în scris alegerea fiecărei metode (de ce am dat mai întâi factor comun, de ce am grupat termenii doi câte doi etc.). Această rigoare a argumentării pas cu pas este direct aliniată cu baremele și exigențele de la Evaluarea Națională.

**Segmentarea sarcinilor complexe (Descompunerea cognitivă):** Exercițiile care combină mai multe metode (cum ar fi  $x^3 + x^2 - 4x - 4$  sau  $(5x + 1)^2 - 4x^2$ ) pot părea intimidante la prima vedere. Abordarea metodică impune divizarea problemei în sub-sarcini succesive de succes:

1. Investigarea factorului comun global;
2. Alegerea strategiei de grupare;
3. Verificarea obligatorie a fiecărei paranteze obținute pentru a aplica eventuale formule de calcul prescurtat ( $a^2 - b^2$ ).

**Valorificarea erorii ca resursă de învățare:** În predarea tradițională, greșeli precum schimbarea incorectă a semnelor la extragerea unui factor comun negativ (ex:  $-a(x + y)$ ) sau oprirea timpurie din calcul generează frustrare. În ecosistemul RED AI, eroarea este depistată instantaneu prin verificări inverse și transformată într-o oportunitate activă de autoevaluare și corectare.

**Rigoarea redactării matematice:** Programa impune păstrarea lanțului logic de egalități echivalente pe tot parcursul descompunerii. Elevii sunt îndrumați să lucreze obligatoriu cu caietul și pixul, notând parantezele rotunde sau pătrate cu atenție, astfel încât niciun factor intermediar să nu fie „pierdut” pe parcursul scrierii.

## II. Proiect de lecție: Descompuneri în factori folosind formule de calcul prescurtat

**Data:**

**Clasa:** a VIII-a

**Disciplina:** Matematică

**Unitatea de învățare:** Expresii algebrice

**Subiectul lecției:** Descompuneri în factori folosind metode combinate (Descoperire Dirijată)

**Tipul lecției:** Formarea și consolidarea priceperilor și deprinderilor

**Durata:** 50 minute

### 1. Obiective Operaționale

La sfârșitul activității, elevii vor fi capabili:

**O1 (Cognitiv):** Să investigheze structura algebrică a unei expresii pentru a decide în mod autonom strategia și ordinea aplicării metodelor de descompunere.

**O2 (Aplicativ):** Să aplice corect metodele combinate (factor comun, grupare, formule) pentru a descompune expresii în factori ireductibili, respectând regulile de semn.

**O3 (Analitic):** Să evalueze după fiecare pas intermediar dacă factorii obținuți mai pot fi descompuși în continuare (evitarea opririi premature).

**O4 (Digital):** Să utilizeze asistentul AI prin metoda PREPARE ca partener socratic pentru validarea propriilor raționamente.

### 2. Strategii Didactice

**Metode și procedee:**

- Învățarea prin descoperire dirijată: elevii investighează autonom structura expresiilor algebrice pentru a alege ordinea optimă a metodelor (factor comun, grupare, formule);
- Conversația socratică asistată de AI: ghidarea elevilor prin întrebări analitice generate prin promptul PREPARE, stimulând raționamentul fără a oferi soluții de-a gata;
- Problematizarea: provocarea elevilor de a analiza dacă o paranteză obținută la un pas intermediar se mai poate descompune (evitarea opririi premature din calcul);
- Munca independentă pe caiet: efectuarea obligatorie a calculelor pe hârtie pentru formarea rigorii de redactare și a memoriei grafice pentru Evaluarea Națională.

**Mijloace de învățământ:**

- Tablete, computere sau telefoane inteligente conectate la internet;
- Acces la o platformă de inteligență artificială conversațională (ex. Gemini, ChatGPT, Claude);
- Caiete de matematică și instrumente de scris;
- Fișa de lucru cu exerciții progresive de descompunere prin metode combinate (ex:  $ax + bx + ay + by$ ,  $x^3 + x^2 - 4x - 4$ ,  $(5x + 1)^2 - 4x^2$ ).

**Forme de organizare:**

- Individuală: antrenament personalizat în care fiecare elev avansează în ritmul propriu, beneficiind de feedback-ul instantaneu al asistentului digital;
- Pe perechi: pentru verificarea încrucișată a lanțului de egalități de pe caiet și pentru dezbaterile de la finalul lecției cu privire la strategiile de grupare folosite.

### 3. Scenariul Didactic

| Etapele Lecției         | Timp  | Activitatea Profesorului                      | Activitatea Elevilor        | Strategii Metode / |
|-------------------------|-------|-----------------------------------------------|-----------------------------|--------------------|
| 1. Moment organizatoric | 2 min | Verifică prezența și pregătirea materialelor. | Își pregătesc dispozitivele | Organizare         |

| <b>Etapele<br/>Lecției</b>      | <b>Timp</b> | <b>Activitatea Profesorului</b>                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>Activitatea<br/>Elevilor</b>                                                                                                                                 | <b>Strategii<br/>Metode</b> /                                     |
|---------------------------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
|                                 |             | Asigură accesul elevilor la tablete/telefoane și la conexiunea de internet.                                                                                                                                                                                                      | digitale, deschid platforma AI și pregătesc caietele de matematică.                                                                                             |                                                                   |
| 2. Captarea atenției            | 5 min       | Proiectează pe tablă expresia $3ab^2 + 6ab + 3a$ . Adresează o întrebare euristică: „De ce nu putem aplica direct formula binomului la pătrat aici? Ce element «încurcă» vizual și ce ar trebui să facem mai întâi?”.                                                            | Analizează expresia și observă prezența factorului comun $3a$ . Deduc că primul pas obligatoriu este extragerea factorului comun, urmată de aplicarea formulei. | Conversația euristică                                             |
| 3. Anunțarea temei              | 2 min       | Notează pe tablă titlul: <i>Descompuneri în factori folosind metode combinate (Descoperire Dirijată)</i> . Explică modul de lucru: AI-ul nu va oferi soluții și nici nu va denumi metodele, ci va adresa întrebări pentru a-i ajuta să investigheze structura fiecărei expresii. | Notează titlul lecției în caiete. Ascultă instrucțiunile privind rolul de „detectiv” și utilizarea promptului PREPARE.                                          | Expunerea, Explicația                                             |
| 4. Reactualizarea cunoștințelor | 8 min       | Construiește la tablă, împreună cu elevii, o schemă numită „Trusa Detectivului”:<br>1. <i>Factorul comun global</i><br>2. <i>Gruparea termenilor</i> (2 câte 2 sau 3 cu 1)<br>3. <i>Formule de calcul prescurtat</i> ( $a^2 - b^2$ , $(a \pm b)^2$ ).                            | Răspund la întrebări și notează pe marginea caietului cele 3 etape de verificare. Identifică semnele și condițiile de aplicare pentru fiecare metodă în parte.  | Recitare, Problematizare                                          |
| 5. Implementare RED AI          | 25 min      | Ghidează elevii să introducă promptul PREPARE în asistentul digital. Monitorizează lucrul în clasă, urmărind progresia pe cele 3 niveluri de dificultate. Intervine ca facilitator pentru a verifica rigoarea scrierii pe caiet (paranteze,                                      | Lucrează calculele obligatoriu pe caiet. Introduce în chat-ul AI strategia propusă la fiecare pas și răspund la întrebările de ghidare ale                      | Învățare asistată de AI, Descoperire dirijată, Muncă independentă |

| Etapele Lecției         | Timp  | Activitatea Profesorului                                                                                                                                                                                                          | Activitatea Elevilor                                                                                                                                            | Strategii / Metode              |
|-------------------------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
|                         |       | exponenți, egalități).                                                                                                                                                                                                            | asistentului.<br>Verifică la finalul fiecărui exercițiu dacă au obținut exclusiv factori ireductibili (ex: descompunerea completă a lui $x^3 + x^2 - 4x - 4$ ). |                                 |
| 6. Asigurarea retenției | 6 min | Propune o provocare rapidă de transfer la tablă:<br>„Privește expresia $(5x+1)^2 - 4x^2$ . De ce ar fi o greșeală să ridicăm paranteza la pătrat și ce formulă observăm direct?”.                                                 | Analizează expresia și identifică faptul că $4x^2 = (2x)^2$ .<br>Aplică direct diferența de pătrate:<br>$(5x+1-2x)(5x+1+2x)$ .                                  | Generalizare, Analiză           |
| 7. Evaluare și Tema     | 2 min | Evaluează efortul de investigare al clasei și oferă feedback general.<br>Stabilește tema: „Rezolvați pe caiete încă 3 exerciții din fișa de lucru pe care nu le-ați parcurs în clasă, folosind AI-ul ca mentor dacă vă blocați.”. | Notează tema pentru acasă.<br>Adresează eventuale întrebări de clarificare și închid dispozitivele digitale.                                                    | Explicația<br>Aprecieri verbale |

#### 4. Concluzii și Așteptări (Sinteză)

Activitatea reușește să transforme o lecție tradițional considerată dificilă și tehnică — descompunerea în factori prin metode combinate — într-un proces interactiv de „investigare algebrică”. Prin înlocuirea predării algoritmice cu **metoda descoperirii dirijate**, asistentul AI preia rolul unui co-echipier socratic care nu oferă soluții de-a gata, ci antrenează gândirea critică și autonomia elevului.

##### Concluzii metodice:

- **Schimbarea dinamicii de învățare:** Elevii renunță la încercarea de a „ghici” parantezele finale și învață să aplice strategic *Trusa Detectivului* (factor comun → grupare → formule).

- **Combaterea opririi premature din calcul:** Verificarea recursivă impusă de AI („*Mai ascunde o formulă ultimul factor?*”) elimină una dintre cele mai frecvente greșeli de la clasa a VIII-a: abandonarea exercițiului la o formă parțial descompusă (ex: oprirea la  $(x+1)(x^2-4)$  în loc de finalizarea  $(x+1)(x-2)(x+2)$ ).
- **Rigoare prin lucrul hibrid:** Obligatorietatea de a nota egalitățile pe caiet, în paralel cu ghidajul digital, consolidează memoria grafică și scrierea matematică corectă.

**Așteptări post-implementare (Impact vizat):**

- **Acuratețe crescută:** Se anticipează o rată semnificativ mai mare de succes în rezolvarea subiectelor de tip *Evaluare Națională* care implică expresii algebrice complexe.
- **Autoevaluare și meta-cogniție:** Elevii își interiorizează reflexul de a verifica prin înmulțire semnele minus din fața parantezelor și de a testa ireductibilitatea fiecărui factor obținut.
- **Reducerea anxietății față de matematică:** Ghidajul pas cu pas, lipsit de penalizare, crește încrederea în sine a elevilor, transformând eroarea dintr-un eșec într-un pas natural al investigației.

**Test de Evaluare Online: Descompuneri în factori folosind formule de calcul prescurtat**

**Instrucțiuni pentru elevi:** Citește cu atenție fiecare cerință. Pentru problemele cu răspuns scurt, fă calculele pe o ciornă înainte de a introduce rezultatul final.

Timp de lucru recomandat: 20 de minute.

**Secțiunea 1: Adevărat sau Fals (10 puncte fiecare)**

1. În expresia  $5x + 5y - ax - ay$ , după gruparea primilor doi și a ultimilor doi termeni, paranteza comună care se extrage este  $(x + y)$ .
  - a) Adevărat
  - b) Fals
2. Descompunerea în factori a expresiei  $x^3 + x^2 - 4x - 4$  se consideră finalizată sub forma  $(x + 1)(x^2 - 4)$ .
  - a) Adevărat
  - b) Fals

**Secțiunea 2: Alegere Multiplă (15 puncte fiecare)**

3. Care este forma complet descompusă în factori a expresiei  $3ab^2 + 6ab + 3a$ ?
  - a)  $3a(b^2 + 2b + 1)$
  - b)  $3a(b + 1)^2$
  - c)  $3(ab^2 + 2ab + a)$
  - d)  $3a(b - 1)^2$
4. Folosind formula diferenței de pătrate, expresia  $(5x + 1)^2 - 4x^2$  se descompune în:
  - a)  $(3x + 1)(7x + 1)$
  - b)  $(3x + 1)^2$
  - c)  $(5x + 1 - 4x)(5x + 1 + 4x)$
  - d)  $(x + 1)(9x + 1)$

**Secțiunea 3: Răspuns Scurt (20 puncte fiecare)**

5. Scrie ce rămâne în a doua paranteză după gruparea și extragerea factorilor din expresia  $x^2(a - 1) - 9a + 9 = x^2(a - 1) - 9( \quad )$ .

Răspunsul tău (introdu doar expresia din paranteză): [  ]

6. Descompune complet în factori expresia  $x^5 - x^3 + x^2 - 1$

Răspunsul tău (introdu doar forma finală): [  ]

**Secțiunea 4: Întrebare Bonus / Reflecție (10 puncte din oficiu)**

Describe pe scurt cum te-a ajutat întrebarea asistentului AI să îți dai seama că o paranteză obținută la un pas intermediar se mai putea descompune în continuare.

Răspunsul tău: [  ]

| Nr. Întrebare | Răspuns Corect                                             | Punctaj | Explicație                                                                                                                                                                             |
|---------------|------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1             | Adevărat                                                   | 10p     | Grupăm: $5(x+y) - a(x+y)$ . Se observă clar paranteza comună $(x+y)$ care se extrage.                                                                                                  |
| 2             | Fals                                                       | 10p     | Este greșeala clasică de oprire prematură. Factorul $(x^2 - 4)$ este diferență de pătrate și trebuie descompus mai departe în $(x-2)(x+2)$ . Forma finală corectă: $(x+1)(x-2)(x+2)$ . |
| 3             | $b) 3a(b+1)^2$                                             | 15p     | Primul pas: extragerea factorului comun $3a$ , rămânând $3a(b^2 + 2b + 1)$ . Pasul doi: restrângerea parantezei ca binom la pătrat $(b+1)^2$ .                                         |
| 4             | $a) (3x+1)(7x+1)$                                          | 15p     | Observăm că $4x^2 = (2x)^2$ . Aplicăm $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ , unde $A = 5x+1$ și $B = 2x$ . Obținem $(5x+1-2x)(5x+1+2x) = (3x+1)(7x+1)$ .                                           |
| 5             | $a-1$                                                      | 20p     | Extragem pe $-9$ din ultimii doi termeni: $-9a+9 = -9(a-1)$ . Semnul din paranteză se schimbă datorită minusului din față.                                                             |
| 6             | $(x+1)(x^2-x+1)(x-1)$<br>(sau<br>$(x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)$ ) | 20p     | Grupăm $x^3(x^2-1)+1(x^2-1) = (x^2-1)(x^3+1)$ . Ambii factori obținuți se descompun în continuare: $(x^2-1) = (x-1)(x+1)$ și $(x^3+1) = (x+1)(x^2-x+1)$ .                              |
| 7             | Orice răspuns pertinent                                    | 10p     | Punctajul se acordă pentru reflecție metacognitivă asupra propriei atenții și utilizării ghidajului socratic pentru obținerea factorilor ireductibili.                                 |

Observații metodologice importante din programa școlară:

**Utilizarea tehnologiei pentru stimularea gândirii critice:** Programa de clasa a VIII-a recomandă integrarea resurselor digitale nu doar ca un simplu afișaj de informații sau un rezolvitor automat de exerciții, ci ca pe un suport interactiv. Prin modelul de descoperire dirijată (Metoda PREPARE), asistentul AI îndeplinește acest rol prin întrebări socratice care ghidează elevul să identifice singur combinația optimă de metode (factor comun → grupare → formule).

**Argumentarea și verbalizarea demersului algebric:** Un accent major în programă este pus pe capacitatea elevului de a justifica fiecare alegere matematică. Dialogul cu AI-ul obligă elevul să își argumenteze strategia chiar în timpul rezolvării (de ce am dat factor comun? de ce am grupat termeni 2 câte 2?), pregătindu-l direct pentru rigoarea subiectelor de la Evaluarea Națională.

**Descompunerea sarcinilor complexe:** Exercițiile combinate (cum ar fi  $x^3+x^2-4x-4$  sau  $(5x+1)^2-4x^2$ ) pot produce blocaje de învățare. Metodologia actuală cere segmentarea problemei în etape logice. Asistentul AI facilitează acest proces aplicând „Trusa Detectivului”:

1. Verificarea unui factor comun global;
2. Realizarea grupării intermediare;
3. Analiza fiecărei paranteze pentru a depista formule de calcul prescurtat ascunse ( $a^2-b^2$ ).

**Gestionarea erorii ca oportunitate de învățare formativă:** În predarea clasică, oprirea prematură din calcul (ex: oprirea la  $(x+1)(x^2-4)$ ) sau greșelile de semn la factorul negativ penalizează simplu elevul. În mediul RED AI, aceste erori sunt depistate instant prin feedback formativ blând și transformate în repere de autoevaluare pe propriul caiet.

**Rigoarea redactării pe suport tradițional (Hibrid):** Programa subliniază importanța menținerii lanțului de egalități echivalente. Prin obligativitatea ca elevul să scrie pe caiet în timp ce primește ghidaj pe ecran,

se fixează memoria grafică și motrică, asigurându-ne că nicio etapă intermediară nu se pierde în redactarea finală.

### Promptul final pentru elevi (Formule descompuneri în factori folosind Metode Combinate)

”Vreau să mă ajuți să exersezi descompunerea în factori prin metode combinate (factor comun, grupare, formule). Scopul meu este să descopăr singur ce metodă trebuie aplicată la fiecare pas. Acționează ca un mentor de matematică socratic. Rolul tău NU este să îmi spui ce metodă să folosesc, ci să mă ghidezi prin întrebări (ex: «Te-ai uitat dacă există un factor comun global?») sau «Ar merge să îi grupăm pe perechi?») dacă vezi că mă blochez. Exemplu de dialog: AI: Începem cu expresia  $x^3 + x^2 - 4x - 4$ . Privește-o cu atenție: care crezi că ar fi primul pas? Elev: Să dăm factor comun pe  $x$ ? AI: Bună încercare! Dar dacă îl dăm pe  $x$ , ultimul termen ( $-4$ ) nu îl conține. Ce altă strategie am putea încerca când avem 4 termeni? Elev: Să îi grupăm doi câte doi? AI: Exact! Ce obții dacă îi cuplezi pe primii doi și pe ultimii doi? Elev:  $x^2(x+1) - 4(x+1)$ . Acum văd paranteza comună! Rămâne  $(x+1)(x^2 - 4)$ . AI: Excelentă descoperire! Privind ultimul factor,  $(x^2 - 4)$ , am terminat complet sau mai ascunde o formulă? Elev: E diferență de pătrate! Forma finală e  $(x+1)(x-2)(x+2)$ . Folosește expresii cu progresie de dificultate care combină metodele: grupare simplă (ex:  $ax + bx + ay + by$ ), grupare urmată de factor comun (ex:  $5x + 5y - ax - ay$ ), grupare urmată de diferență de pătrate (ex:  $x^3 + x^2 - 4x - 4, x^2(a-1) - 9a + 9$ ), factor comun urmat de binom la pătrat (ex:  $3ab^2 + 6ab + 3a$ ) și diferențe de pătrate compuse (ex:  $(5x+1)^2 - 4x^2, (4x+1)^2 - (2x+3)^2$ ). Generează o singură expresie pe rând. Întreabă-mă ce strategie propun pentru început. Dacă propun o metodă greșită, ajută-mă să văd de ce nu funcționează și dă-mi un indiciu socratic spre metoda corectă. După fiecare pas intermediar, întreabă-mă dacă expresia mai poate fi descompusă. NU folosi în întrebările tale numele metodei corecte înainte ca eu să o menționez sau să o aplic (de ex. nu spune direct «Aplică diferența de pătrate»). NU oferi niciodată rezultatul final, lasă-mă pe mine să fac calculele. Evaluează răspunsul ca fiind corect și complet DOAR când toți factorii obținuți sunt ireductibili (nu mai pot fi descompuși prin nicio regulă). Dacă mă opresc la o formă parțială (ex:  $(x+1)(x^2 - 4)$ ), atrage-mi atenția că unul dintre factori se mai poate descompune.”