

Planul Național de Redresare și Reziliență

Beneficiar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ

Titlul proiectului: „Ecosisteme de management al învățării bazate pe inteligență artificială”

Contract de finanțare nr. 14095/10.12.2024, cod proiect e-PNRR 122

Structura Resursei Educaționale Deschise (RED) bazată pe AI

I. Date de Identificare ale Resursei

Categorie	Educație digitală / Matematică aplicată
Titlul RED	Descompunerea Trinoamelor prin Metoda „Sumei și Produsului” și Gruparea Termenilor folosind AI
Autor	DANCIU ALIN FLORIN
Grup țintă	Elevi, vârsta 14-15 ani
Aria Curriculară	Matematică și științe ale naturii
Clasa	a VIII-a
Obiectiv General	Dezvoltarea capacității de a identifica, separa și grupa corect termenii în exerciții de descompunere a trinoamelor de forma $x^2 + Sx + P$ sau $ax^2 + sx + p$, utilizând asistența AI pentru evitarea erorilor tipice de alegere a semnelor și de grupare.
Durată Estimată	50 minute (o oră didactică)

II. Argumentul Aplicării RED în Procesul Didactic

De la mecanism la înțelegere structurală: Descompunerea trinoamelor care nu sunt pătrate perfecte este adesea o provocare majoră pentru elevi, aceștia încercând să ghicească direct parantezele finale. AI-ul permite un parcurs de tip „antrenament socratic ghidat”, unde elevul este obligat să descopere mental cele două numere al căror produs este termenul liber și a căror sumă este coeficientul lui x , să rescrie expresia cu 4 termeni și abia apoi să treacă la gruparea prin darea factorului comun.

Feedback instantaneu pe erori critice și depășirea capcanelor de semn: AI-ul identifică imediat dacă un elev a ales greșit semnele numerelor (de exemplu, alegerea perechii -6 și $+1$ pentru un produs pozitiv $+6$) sau dacă greșește semnul în a doua paranteză atunci când scoate un factor comun negativ. Această corectare „la cald” previne fixarea unor algoritmi greșiți.

Personalizarea dificultății pe cele trei niveluri: Resursa permite adaptarea exercițiilor de la trinoame monice cu termeni pozitivi ($x^2 + 3x + 2$), la trinoame cu semne alternate și diferențe ($x^2 + 6x - 16$), până la expresii complexe cu coeficient dominant diferit de 1 sau cu două litere ($2x^2 + 5x + 5$; $2x^2 + 7xy + 3y^2$), menținând elevul permanent în „zona proximei dezvoltări”.

III. Promptul/Prompturile Propuse pentru Activitatea Didactică (Metoda PREPARE)

Acest prompt va fi furnizat elevilor pentru a genera materialul de analiză.

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
Purpose (Scopul)	Fixarea algoritmilor de calcul pentru extragerea factorului comun.	”Vreau să mă ajuți să exerseze descompunerea în factori a trinoamelor de forma $x^2 + sx + p$ și $ax^2 + bx + c$, folosind metoda scrierii termenului din mijloc ca sumă sau diferență de doi termeni, urmată de gruparea termenilor și darea factorului comun final.”
Role (Rolul AI)	Mentor socratic atent la detalii.	„Acționează ca un mentor de matematică, răbdător și socratic, care mă ajută să găsesc cele două numere a căror sumă și produs verifică trinomul și mă ghidează să nu greșesc semnele la gruparea în paranteze.”
Exemplar	Model de interacțiune	”Exemplu de dialog:

Element PREPARE	Descriere (Rolul în activitate)	Prompt/Instrucțiune către AI
(Exemplu)	interactivă.	AI: În trinomul $x^2 + 6x - 16$, care sunt cele două numere care adunate dau +6 și înmulțite dau -16? Elev: 8 și -2. AI: Perfect! Cum rescriem trinomul înlocuind +6x cu +8x - 2x? Elev: $x^2 + 8x - 2x - 16$. AI: Excelent! Acum grupăm primii doi și ultimii doi termeni. Ce factor comun scoatem din $(x^2 + 8x)$ și ce factor din $(-2x - 16)$? Elev: Din primii pe x și obținem $x(x + 8)$, iar din ultimii pe -2 și obținem $-2(x + 8)$. AI: Minunat! Observi paranteza comună $(x + 8)$? Care este forma finală descompusă?"
Parameters (Parametri)	Adaptarea la nivelul clasei a VIII-a.	„Folosește trinoame în care dificultatea să varieze treptat: trinoame cu termeni pozitivi și termen dominant 1 (ex: $x^2 + 3x + 2, x^2 + 5x + 6$), trinoame cu semne alternate/diferențe și termen dominant 1 (ex: $x^2 + 6x - 16, x^2 - 5x + 6, x^2 - 2x - 15$) și trinoame cu coeficient dominant diferit de 1 sau două litere (ex: $2x^2 + 5x + 3, 2x^2 + 7xy + 3y^2$).”
Action (Acțiunea)	Definirea fluxului de lucru.	„Generează un singur trinom. Așteaptă să identific numerele pentru sumă și produs. Apoi cere-mi să rescriu expresia cu 4 termeni și să efectuez gruparea. Verifică rezultatul final (ex: $(x + 8)(x - 2)$) înainte de a trece la următorul exercițiu.”
Restrictions (Restricții)	Asigurarea efortului cognitiv.	„NU oferi direct rezultatul descompus. NU îmi spune tu care sunt cele două numere. NU sări peste etapa de grupare intermediară ($x(x + 8) - 2(x + 8)$). Lasă-mă pe mine să descopăr pașii.”
Evaluation (Evaluare)	Validarea bazată pe rigoare.	„Evaluează răspunsul ca fiind corect doar dacă am găsit numerele care respectă atât suma cât și produsul, dacă am efectuat corect gruparea termenilor și dacă semnele din parantezele finale sunt corecte.”

IV. Planul Activității Didactice

Etapă	Durată	Activitatea Elevilor	Rolul AI (Prompt)
1. Introducere & Brainstorming	10 min	Discută despre trinoamele de gradul al II-lea și importanța scrierii termenului din mijloc ca sumă sau diferență. Analizează relația dintre coeficienți.	Prompt profesor: „Explică în 3 puncte cheie capcanele frecvente la descompunerea trinoamelor (în special alegerea semnelor pentru sumă și produs).”
2. Desfășurarea activității	30 min	Rezolvă individual pe caiete exercițiile gen erate de AI. Introduce în chat perechile	Evaluator EN: Verifică identificarea numerelor corecte, impune scrierea liniei de grupare (fără salturi) și validează

Etapă	Durată	Activitatea Elevilor	Rolul AI (Prompt)
		de numere găsite, scrierea cu 4 termeni și linia de grupare pentru feedback pe redactare.	parantezele finale conform cerințelor de examen.
3. Concluzii & Dezbateri	10 min	Raportează dacă AI-ul a identificat greșeli la alegerea semnelor sau la scoaterea factorului comun negativ. Discută exercițiile cu coeficient dominant $a \neq 1$.	Reflecție: „Creează o listă cu cele mai frecvente erori evitate astăzi în rezolvări și regula de aur pentru semne la grupare.”

V. Metoda de Aplicare la Clasă

Resurse tehnice și materiale: Tablete sau telefoane conectate la internet, caiete de matematică, instrumente de scris. Lucrul se face obligatoriu pe hârtie pentru a simula condițiile de examen și a consolida memoria grafică.

Fluxul de lucru: Elevul introduce promptul PREPARE în asistentul AI, primește trinomul algebric, găsește mental sau pe ciornă numerele pentru sumă și produs, rescrie pe caiet expresia cu 4 termeni, efectuează gruparea și introduce paranteza finală în AI pentru validare. Dacă ghicește sau greșește un semn, AI-ul intervine socratic.

Rolul profesorului: Facilitator care verifică rigoarea scrierii pe caiete (asigurându-se că elevii notează egalitățile succesive fără a omite exponenții sau factorul comun intermediar) și se asigură că aceștia nu acceptă soluții mecanice, ci argumentează fiecare etapă.

VI. Concluzii și așteptări în urma aplicării la clasă

Învățare prin corectare imediată (Feedback instant): Interacțiunea cu AI-ul permite elevului să identifice și să corecteze erorile de semn (+ în loc de -) sau de alegere greșită a numerelor pentru sumă și produs exact în momentul execuției pe caiet. Această corectare „la cald” transformă eroarea într-o oportunitate activă de învățare.

Reducerea anxietății față de expresiile care nu sunt pătrate perfecte: Prin „spargerea” unui trinom în sub-sarcini logice (1. Găsirea perechii de numere; 2. Rescrierea cu 4 termeni; 3. Gruparea), elevii capătă încredere în abordarea oricărei expresii algebrice.

Personalizarea ritmului de învățare: Elevii pot exersa repetat tipuri specifice de trinoame până la stăpânirea deplină a algoritmului, beneficiind de un tutor personal care oferă variante infinite de antrenament și nu obosește niciodată.

Consolidarea rigorii matematice și a redactării: Utilizarea AI-ului ca evaluator obligă elevul să respecte toate etapele necesare (linia de grupare intermediară) pentru obținerea validării finale.

Dezvoltarea autonomiei și a competențelor digitale: Elevii își dezvoltă abilitatea de a formula instrucțiuni clare și învață să folosească tehnologia ca pe un partener de validare a propriului raționament, nu ca pe o simplă sursă de răspunsuri gata făcute.

Așteptare (Evaluare post-implementare): Se anticipează o creștere semnificativă a preciziei la calculele algebrice și o interiorizare a verificării constante a pașilor intermediari pentru

I Planificarea unității de învățare

Disciplina: Matematică

Clasa: a VIII-a

Unitatea de învățare: Expresii algebrice. (Clasa a VIII-a)

Număr de ore alocat unității: 12 ore (extrasul se concentrează pe cele 3 ore destinate descompunerilor trinoamelor)

Competențe specifice vizate	Conținuturi	Nr. ore	Săptămâna	Observații / Evaluare
1.2. Identificarea componentelor unei expresii algebrice. 2.2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale reprezentate prin litere.	Descompunerea trinoamelor de forma $x^2 + Sx + P$; metoda sumei și produsului și gruparea termenilor (cazuri cu termeni pozitivi și semne alternate).	1	S8	Evaluare formativă: Fișe de lucru bazate pe exerciții aplicative directe (ex: $x^2 + 3x + 2$, $x^2 + 6x - 16$).
3.2. Utilizarea algoritmilor pentru optimizarea calculului cu numere reale.	Descompuneri în factori: trinoame cu coeficient dominant $a \neq 1$ ($ax^2 + bx + c$) și expresii cu două litere.	1	S8	Muncă independentă: Exersarea extragerii factorilor și grupării pe expresii compuse (ex: $2x^2 + 5x + 3$).
Toate competențele specifice ale unității (1.2, 2.2, 3.2)	Recapitulare și consolidare (Integrare RED AI: Descompunerea Trinoamelor).	1	S9	Evaluare asistată de AI: Antrenament interactiv pentru identificarea sumei și produsului și validarea grupării.

Note metodologice extrase din programa de clasa a VIII-a:

Consolidarea competențelor prin tehnologie: Programa recomandă utilizarea softurilor matematice și a instrumentelor interactive pentru a facilita înțelegerea relațiilor algebrice. În această lecție, AI-ul acționează ca un „antrenor socratic” care obligă elevii să justifice cum au descompus termenul din mijloc.

Argumentarea demersului de calcul: Elevii trebuie încurajați să justifice în scris fiecare pas (ex: argumentarea alegerii numerelor a căror sumă și produs verifică coeficienții), asigurând conformitatea cu cerințele de redactare de la examene.

Segmentarea sarcinilor complexe: Se pune accent pe descompunerea cognitivă: 1. Determinarea perechii de numere; 2. Rescrierea ca polinom cu 4 termeni; 3. Gruparea termenilor doi câte doi; 4. Scoaterea parantezei comune. AI-ul facilitează acest proces prin întrebări secvențiale.

Eroarea ca sursă de învățare: Interacțiunea cu asistentul digital permite depistarea imediată a erorilor de semn sau de grupare greșită. Acest tip de feedback transformă greșeala dintr-un factor de frustrare într-o oportunitate de corectare activă și de consolidare a încrederii.

II. Proiect de lecție: Descompunerea în factori a trinoamelor

Data:

Clasa: a VIII-a

Disciplina: Matematică

Unitatea de învățare: Expresii algebrice

Subiectul lecției: Descompunerea trinoamelor prin metoda „sume și produsului” și gruparea termenilor

Tipul lecției: Formarea și consolidarea priceperilor și deprinderilor

Durata: 50 minute

1. Obiective Operaționale

La sfârșitul activității, elevii vor fi capabili:

O1 (Cognitiv): Să determine corect cele două numere a căror sumă este coeficientul termenului din mijloc (s) și al căror produs este termenul liber (p) sau produsul $a \cdot c$.

O2 (Aplicativ): Să efectueze descompunerea în factori pentru trinoame pe trei niveluri de dificultate, prin rescrierea cu 4 termeni și aplicarea metodei grupării.

O3 (Analitic): Să verifice mental sau în scris corectitudinea descompunerii obținute prin refacerea calculelor (înmulțirea parantezelor finale).

O4 (Digital): Să colaboreze cu asistentul AI prin metoda socratică (promptul PREPARE) pentru a-și valida pașii de calcul și a corecta erorile de semn în timp real.

2. Strategii Didactice

Metode și procedee: Conversația socratică asistată de AI, Problematizarea, Învățarea prin descoperire dirijată, Munca independentă pe caiet.

Mijloace de învățământ: ablete/PC, platformă AI (Gemini/ChatGPT), caiete de matematică, fișa didactică cu exerciții predate anterior.

Forme de organizare: Individuală (antrenament ghidat în ritm propriu) și pe perechi (pentru verificarea încrucișată a rezultatelor de pe caiete).

3. Scenariul Didactic

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii Metode /
1. Moment organizatoric	2 min	Asigură conectivitatea tabletelor. Verifică prezența și pregătirea caietelor.	Își pornesc dispozitivele, deschid platforma AI și pregătesc caietele de matematică.	Organizare
2. Captarea atenției	5 min	Proiectează la tablă trinomul $x^2 + 3x + 2$ și întreabă: „Putem folosi formula restrângerii ca pătrat aici? De ce nu? Cum putem sparge pe $3x$ ca să putem grupa?”	Observă că 2 nu este pătrat perfect. Intuiesc spargerea lui $3x$ în $x + 2x$ pentru a face grupare.	Conversația euristică
3. Anunțarea temei	2 min	Anunță titlul: Descompunerea trinoamelor prin sumă și produs. Explică	Notează titlul lecției în caiete și primesc	Expunerea

Etapele Lecției	Timp	Activitatea Profesorului	Activitatea Elevilor	Strategii / Metode
		rolul AI-ului ca tutore care le va testa rigoarea.	instrucțiunile pentru promptul PREPARE.	
4. Reactualizarea cunoștințelor	8 min	Solicită scrierea la tablă a regulii semnelor pentru produs și sumă. Explică cum transformăm trinomul în expresie cu 4 termeni pentru grupare.	Notează regula semnelor și participă la exerciții rapide orale de găsire a două numere cu sumă și produs date.	Exercițiul / Recitarea
5. Implementare RED AI	25 min	Ghidează elevii să introducă promptul PREPARE în AI. Monitorizează parcurgerea celor 3 niveluri (trinoame simple, diferențe $x^2 + 6x - 16$ și trinoame compuse $2x^2 + 5x + 3$).	Lucrează pe caiete. Dialoghează cu AI-ul: găsesc numerele, scriu cei 4 termeni, fac linia de grupare și obțin validarea parantezei finale.	Învățarea asistată de AI / Munca independentă
6. Asigurarea retenției	6 min	Propune provocarea: „Ce facem când avem un coeficient în fața lui x^2 diferit de 1, ca la $2x^2 + 5x + 3$? Cum alegem produsul?”	Deduc că produsul căutat nu este doar 3, ci $2 \cdot 3 = 6$, iar suma rămâne 5 (numerele fiind 2 și 3).	Problematizarea / Generalizare
7. Evaluare și Tema	2 min	Apreciază progresul elevilor. Temă: „Finalizați din fișă ultimele 3 trinoame cu semne alternate folosind asistentul AI acasă.”	Notează tema pentru acasă, pun întrebări finale și închid dispozitivele.	Aprecieri verbale

4. Concluzii și Așteptări (Sinteză)

Activitatea reușește să transforme un capitol esențial, dar tehnic și adesea generator de confuzii, într-un proces captivant de „descoperire socratică”. Prin intermediul asistentului AI, elevii nu doar că învață mecanic să spargă termeni, ci își dezvoltă o gândire analitică profundă: sunt educați să verifice întotdeauna relația dintre coeficienți (suma și produsul) și să nu sară peste etapa vitală a grupării pe perechi. Se așteaptă o îmbunătățire radicală a acurateții la rezolvarea subiectelor de tip Evaluare Națională și consolidarea autonomiei în procesul de autoevaluare.

Test de Evaluare Online: Descompuneri in factori folosind formule de calcul prescurtat

Instrucțiuni pentru elevi: Citește cu atenție fiecare cerință. Pentru problemele cu răspuns scurt, fă calculele pe o ciornă înainte de a introduce rezultatul final.

Timp de lucru recomandat: 20 de minute.

Secțiunea 1: Adevărat sau Fals (10 puncte fiecare)

1. Pentru a descompune trinomul $x^2 + 8x + 15$, cele două numere care verifică suma și produsul sunt 3 și 5.
 - a) Adevărat
 - b) Fals
2. Descompunerea corectă în factori a trinomului $x^2 - 5x + 6$ este $(x - 6)(x + 1)$.
 - a) Adevărat
 - b) Fals

Secțiunea 2: Alegere Multiplă (15 puncte fiecare)

3. Care este descompunerea corectă în factori a trinomului $x^2 + 6x - 16$?
 - a) $(x - 8)(x + 2)$
 - b) $(x + 8)(x - 2)$
 - c) $(x + 4)(x - 4)$
 - d) $(x - 16)(x + 1)$
4. După scrierea termenului din mijloc ca sumă și gruparea termenilor în expresia $x^2 + 3x + 2$, obținem:
 - a) $(x + 1)(x + 2)$
 - b) $(x - 1)(x - 2)$
 - c) $x(x + 3) + 2$
 - d) $(x + 3)(x - 1)$

Secțiunea 3: Răspuns Scurt (20 puncte fiecare)

5. Scrie ce rămâne în a doua paranteză după ce extragem factorul comun negativ în pasul de grupare:
 $x^2 + 8x - 2x - 16 = x(x + 8) - 2(\quad)$.
Răspunsul tău (introdu doar expresia din paranteză): [$\quad$]
6. Determină forma finală descompusă în produs de doi factori pentru trinomul cu coeficient dominant:
 $2x^2 + 5x + 3$
Răspunsul tău: [$\quad$]

Secțiunea 4: Întrebare Bonus / Reflecție (10 puncte din oficiu)

7. Descrie pe scurt cum te-a ajutat asistentul AI să nu greșești semnele atunci când ai scos un factor comun cu
semnul minus în fața parantezei la metoda grupării.

Răspunsul tău: [_____]

Barem de Corectare și Setări pentru Platforma Online (Pentru Profesor)

Nr. Întrebare	Răspuns Corect	Punctaj	Explicație
1	Adevărat	10p	Avem $3 + 5 = 8$ (suma s) și $3 \cdot 5 = 15$ (produsul p). Ambele condiții sunt îndeplinite.
2	Fals	10p	Pentru sumă -5 și produs $+6$, numerele sunt -2 și -3 . Rezultat corect: $(x-2)(x-3)$.
3	$(x+8)(x-2)$	15p	Numerele sunt $+8$ și -2 (deoarece $8-2=6$ și $8 \cdot (-2) = -16$). Grupăm $x(x+8) - 2(x+8)$.
4	$(x+1)(x+2)$	15p	Spargem $3x = x + 2x$. Grupăm: $x(x+1) + 2(x+1) = (x+1)(x+2)$.
5	$x+8$	20p	Când scoatem factor pe -2 din $-2x-16$, se schimbă semnele din interior: obținem $-2(x+8)$.
6	$(2x+3)(x+1)$	20p	Căutăm numere cu sumă 5 și produs $2 \cdot 3 = 6$ (sunt 2 și 3). Scriem $2x^2 + 2x + 3x + 3 = 2x(x+1) + 3(x+1)$.
7	Orice răspuns pertinent	10p	Se acordă punctajul pentru capacitatea de a reflecta asupra regulii schimbării semnelor în interiorul parantezei la extragerea factorului negativ.

Observații metodologice importante din programa școlară:

Integrarea instrumentelor interactive: Programa recomandă utilizarea tehnologiei nu ca pe un furnizor de răspunsuri gata făcute, ci ca pe un catalizator al gândirii critice. AI-ul utilizat prin metoda PREPARE previne ghicitul și forțează elevul să argumenteze cum a descompus termenul din mijloc.

Argumentarea etapelor de calcul: Este esențial ca elevul să nu scrie doar rezultatul final, ci să poată justifica în scris cum a ales cele două numere prin verificarea sumei și produsului. Această rigoare se traduce direct în punctaje maxime la Evaluarea Națională.

Segmentarea sarcinilor complexe: Descompunerea trinoamelor oarecare este segmentată didactic: 1. Identificarea sumei și produsului; 2. Rescrierea cu 4 termeni; 3. Gruparea pe perechi; 4. Scoaterea parantezei comune.

Valorificarea erorii ca resursă de învățare: În mediul clasic, o greșală de semn la grupare poate demotiva elevul. În mediul RED AI, greșala este imediat reperată prin indicii socratice blânde, elevul corectându-se în timp real pe propriul caiet.

Rigoarea redactării: Se pune accent pe scrierea completă a liniei de grupare intermediară, menținând egalitățile echivalente pe tot parcursul rezolvării, conform standardelor de evaluare națională.

Promptul final pentru elevi (Formule descompuneri în factori a trinoamelor)

„Vreau să mă ajuți să exersezi descompunerea în factori a trinoamelor de forma $x^2 + Sx + p$ și $ax^2 + bx + c$, folosind metoda scrierii termenului din mijloc ca sumă sau diferență de doi termeni, urmată de gruparea termenilor și darea factorului comun final. Acționează ca un mentor de matematică pentru clasa a VIII-a, extrem de răbdător și socratic. Ghidează-mă prin întrebări pas cu pas să găsesc cele două numere a căror sumă și produs verifică trinomul și mă ghidează să nu greșesc semnele la gruparea în paranteze. Exemplu de dialog:

AI: În trinomul $x^2 + 6x - 16$, care sunt cele două numere care adunate dau $+6$ și înmulțite dau -16 ?

Elev: 8 și -2 .

AI: Perfect! Cum rescriem trinomul înlocuind $+6x$ cu $+8x - 2x$?

Elev: $x^2 + 8x - 2x - 16$.

AI: Excelent! Acum grupăm primii doi și ultimii doi termeni. Ce factor comun scoatem din $(x^2 + 8x)$ și ce factor din $(-2x - 16)$?

Elev: Din primii pe x și obținem $x(x + 8)$, iar din ultimii pe -2 și obținem $-2(x + 8)$.

AI: Minunat! Observi paranteza comună $(x + 8)$? Care este forma finală descompusă?

Folosește trinoame în care dificultatea să varieze treptat:

1. Nivel de bază (trinoame monice cu termeni pozitivi): ex. $x^2 + 3x + 2$; $x^2 + 5x + 6$;
2. Nivel mediu (trinoame cu semne alternate / diferențe): ex. $x^2 + 6x - 16$; $x^2 - 5x + 6$; $x^2 - 2x - 15$;
3. Nivel avansat (coeficient dominant diferit de 1 sau două litere): ex. $2x^2 + 5x + 3$; $2x^2 + 7xy + 3y^2$.

Generează un singur trinom pe rând. Așteaptă să identific numerele pentru sumă și produs. Apoi cere-mi să rescriu expresia cu 4 termeni și să efectuez gruparea. Verifică rezultatul final (ex:

$(x + 8)(x - 2)$) înainte de a trece la următorul exercițiu.

NU oferi direct rezultatul descompus. NU îmi spune tu care sunt cele două numere. NU sări peste etapa de grupare intermediară $(x(x + 8) - 2(x + 8))$. Lasă-mă pe mine să descopăr pașii. Evaluează răspunsul ca fiind corect doar dacă am găsit numerele care respectă atât suma cât și produsul, dacă am efectuat corect gruparea termenilor și dacă semnele din parantezele finale sunt corecte.”